

# Die Kosmische Entfernungsleiter

Thomas Filk, Universität Freiburg

Die Bestimmung astronomischer bzw. kosmischer Entfernungen ist sowohl ein spannendes Thema der Geschichte der Physik als auch ein interessantes Forschungsfeld der modernen Physik. Während der Abstand von der Erde zum Mond schon im Altertum bekannt war (siehe Abschnitte 1 und 2) kennt man den Abstand von der Erde zur Sonne - die sogenannte Astronomische Einheit AU (astronomical unit) - mit einer gewissen Verlässlichkeit erst seit dem 18. Jahrhundert.

Tabelle 1 enthält einige Daten, die in diesem Abschnitt gelegentlich verwendet werden.

| Bezeichnung                    | Symbol   | Wert                            |
|--------------------------------|----------|---------------------------------|
| Durchmesser Erde               | $D_E$    | $D_E = 12\,740\text{ km}$       |
| Durchmesser Mond               | $D_M$    | $D_M = 3\,474\text{ km}$        |
| Durchmesser Sonne              | $D_S$    | $D_S = 1\,400\,000\text{ km}$   |
| Abstand Erde-Mond              | $r_M$    | $r_M = 380\,000\text{ km}$      |
| Abstand Erde-Sonne             | $r_S$    | $r_S = 150\,000\,000\text{ km}$ |
| Winkel Sonne-Mond bei Halbmond | $\alpha$ | $\alpha = 89^\circ 51'$         |

Tabelle 1: Einige Daten des Sonne-Erde-Mond-Systems.

## 1 Aristarchos von Samos

Aristarchos von Samos lebte um 310 v.Chr. bis 230 v.Chr., also kurz nach Aristoteles (384-322 v.Chr.) und ungefähr zeitgleich mit Archimedes (284-212 v.Chr.). Er stellte sich die Sonne als ein riesiges Himmelsfeuer vor, das unter anderem den Mond anstrahlt. Er deutete eine Mondfinsternis korrekt als ein Ereignis, bei dem sich die Erde zwischen Sonne und Mond schiebt und dadurch auf dem Mond der Erdschatten sichtbar wird. Außerdem deutete er den Halbmond als das Ereignis, bei dem die Verbindungslinie Sonne-Mond senkrecht zur Verbindungslinie Erde-Mond steht. Aus diesen beiden Interpretationen sowie den zugehörigen Messungen konnte er *relative* Größen bestimmen: das Verhältnis der Abstände Erde-Mond zu Erde-Sonne, das Verhältnis Monddurchmesser zu Sonnendurchmesser, das Verhältnis Monddurchmesser zu Erddurchmesser und schließlich konnte er daraus das Verhältnis der Größe der Sonne zur Größe der Erde bestimmen. Seine Schlussfolgerung war, dass die Sonne wesentlich größer sein muss als die Erde, und damit sollte seiner Meinung nach die Sonne im Zentrum des Universums stehen. Dadurch wurde er einer der ersten Vertreter eines heliozentrischen Weltbilds.

In vereinfachten Rechnungen nimmt man gelegentlich an, dass der Erdschatten beim Mond denselben Durchmesser hat wie die Erde. Das setzt voraus, dass die Sonne „unendlich“ weit entfernt ist, sodass der Erdschatten durch nahezu paralleles Sonnenlicht entsteht. Diese Annahme konnte Aristarchos aber nicht machen: Erstens wollte er ja erst zeigen, dass die Sonne sehr weit von der Erde entfernt ist, und zweitens war der relative Abstand, den er aus seinen Messungen erhielt, um einen Faktor 20 kleiner als in Wirklichkeit. Außerdem steht eine solche Annahme in einem (etwas versteckten) Widerspruch zu einer in die Rechnungen eingehenden Beobachtung und führt zu einem deutlichen Fehler, wie gegen Ende dieses Abschnitts gezeigt wird.

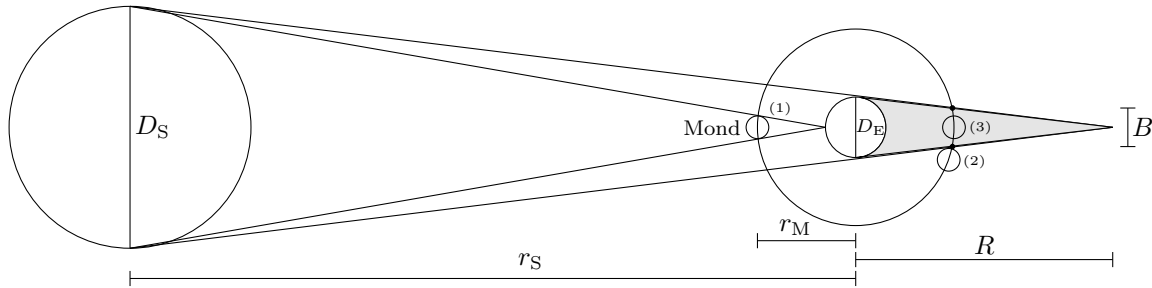


Abbildung 1: Nicht maßstabsgetreue Verhältnisse zwischen Sonne, Mond und Erde. Es sind drei Mondphasen dargestellt: (1) Der Mond bei einer Sonnenfinsternis, er erscheint genauso groß wie die Sonne; (2) der Mond tritt in den Erdschatten und (3) der Mond befindet sich im Erdschatten.  $R$  bezeichnet die Länge des Erdschattens und  $B$  seine Breite an der Stelle des Monddurchgangs.

Statt dessen nahm Aristarchos an, dass sich der Erdschatten hinter der Erde wie ein Kegel verjüngt und daher der Mond bei einer Mondfinsternis einen kleineren Schattendurchmesser durchläuft, als es dem Erddurchmesser entspricht (siehe Abb. 1). Um diese Verjüngung des Erdschattens berücksichtigen zu können, musste er erst bestimmen, wie weit die Sonne von der Erde relativ zum Mond entfernt ist.

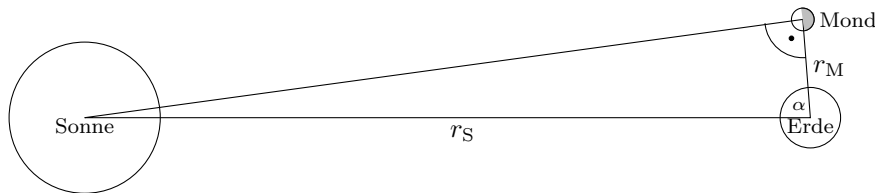


Abbildung 2: Der Mond bei Halbmond. Der Winkel, unter dem vom Mond aus betrachtet die Zentren von Sonne und Erde erscheinen, beträgt  $90^\circ$ . Der Winkel, unter dem von der Erde aus betrachtet die Zentren von Sonne und Mond erscheinen ist  $\alpha$ . Der Kosinus von  $\alpha$  entspricht dem Verhältnis von den Abständen Erde-Mond zu Erde-Sonne.

Für die Bestimmung der relativen Entfernung der Sonne ging Aristarchos von folgender Überlegung aus: Bei Halbmond ist der Winkel zwischen der Verbindungslinie Sonne-Mond und der Verbindungslinie Erde-Mond ein rechter Winkel (siehe Abb. 2). Wenn man nun hier auf der Erde den Winkel  $\alpha$  zwischen den Verbindungslinien Erde-Sonne und Erde-Mond bestimmt, erhält man das Verhältnis der Abstände von Erde-Sonne zu Erde-Mond. Heute würden wir dafür schreiben:

$$\frac{r_M}{r_S} = \cos \alpha . \quad (1)$$

Allerdings erhielt Aristarchos für diesen Winkel mit  $\alpha = 87^\circ$  einen viel zu kleinen Wert. Der tatsächliche Wert ist  $89^\circ 51'$ . Vermutlich war sich Aristarchos darüber im Klaren, dass der Wert für  $\alpha$  kleiner als  $90^\circ$  sein muss und sein Wert ist eher als eine untere Grenze zu verstehen. Mit dem Wert von Aristarchos ist der Abstand Sonne-Erde rund 19 mal größer als der Abstand Erde-Mond. In Wirklichkeit ist das Verhältnis knapp 400. Da die Sonne von der Erde aus betrachtet ähnlich groß erscheint wie der Mond (bei einer Sonnenfinsternis wird die Sonne vom Mond gerade eben bedeckt), ist die Sonne um dasselbe Verhältnis größer als der Mond - für Aristarchos rund 19 mal größer. Das bedeutet:

$$\frac{D_S}{D_M} = \frac{r_S}{r_M} . \quad (2)$$

Aus Abbildung 1 erhalten wir die folgenden geometrischen Beziehungen (in beiden Fällen aus dem Strahlensatz):

$$\frac{D_S}{D_E} = \frac{R + r_S}{R} = 1 + \frac{r_S}{R} \quad \text{und} \quad \frac{B}{D_E} = \frac{R - r_M}{R} = 1 - \frac{r_M}{R}. \quad (3)$$

Eine weitere Beziehung erhielt Aristarchos aus der Messung von zwei Zeitdauern:  $t_1$  sei die Zeitdauer zwischen dem Moment, in dem der Mond in den Schatten der Erde eintritt, bis zu dem Moment, wo er sich ganz im Erdschatten befindet, und  $t_2$  sei die Zeitdauer, in der sich der Mond vollständig im Erdschatten befindet. Das Verhältnis dieser beiden Zeiten ist

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{D_M}{B - D_M} \quad \text{oder} \quad B = \frac{t_1 + t_2}{t_1} D_M. \quad (4)$$

Aus den beiden Beziehungen in Gl. 3 können wir die Länge  $R$  des Erdschattens eliminieren, die Breite  $B$  des Erdschattens bei der Mondbahn können wir durch Gl. 4 ersetzen und schließlich können wir noch den Sonnendurchmesser  $D_S$  mit Hilfe von Gl. 2 durch den Monddurchmesser  $D_M$  und das bekannte Verhältnis  $\frac{r_S}{r_M}$  ersetzen. Nach einer etwas längeren Rechnung erhalten wir dann:

$$\frac{D_E}{D_M} = \frac{\left(1 + \frac{t_1 + t_2}{t_1}\right)}{1 + \frac{r_M}{r_S}}. \quad (5)$$

Auf der rechten Seite stehen nur Größen, die Aristarchos gemessen hatte. Aus seinen Beobachtungen schloss er, dass die Erde ungefähr 3 mal größer ist als der Mond (sein Wert war 2,85, der wirkliche Wert ist 3,67). Zusammen mit seinem Faktor 19 zwischen der Größe des Mondes und der Größe der Sonne erhielt er somit, dass die Sonne rund 6,7 mal größer sein muss als die Erde. Der wirkliche Faktor ist knapp 110.

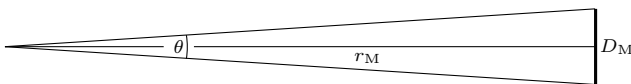


Abbildung 3: Aus dem Öffnungswinkel, unter dem der Mond von der Erde aus gesehen wird (ungefähr  $30'$ ) kann man auf das Verhältnis von Monddurchmesser  $D_M$  zum Abstand Erde-Mond  $r_M$  schließen.

Darüber hinaus konnte Aristarchos aus der scheinbaren Größe des Mondes (ungefähr  $0,5^\circ$  Öffnungswinkel) das Verhältnis von der Größe des Mondes  $D_M$  zu seinem Abstand  $r_M$  von der Erde bestimmen (siehe Abb. 3). Die Beziehung ist:

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{D_M}{2r_M}. \quad (6)$$

Hätten wir für die Breite  $B$  des Erdschattens beim Mond einfach den Erddurchmesser angenommen, hätten wir direkt aus Gl. 4 die Beziehung

$$\frac{D_E}{D_M} = \frac{t_1 + t_2}{t_1} \quad (7)$$

erhalten. Doch dieses Ergebnis folgt nicht, wenn wir in Gl. 5 den Grenzfall  $r_S \rightarrow \infty$  nehmen. Immerhin ist in Wirklichkeit das Verhältnis  $r_M/r_S \approx 1/400$  und somit in guter Näherung vernachlässigbar. Der zusätzliche Term „1+“ im Zähler von Gl. 5 rührt ebenfalls daher, dass wir einen kegelartigen Schatten angenommen haben, der an der Stelle des Mondes schon deutlich kleiner ist als der Erddurchmesser.

Wenn  $r_S$  im Vergleich zu  $r_M$  groß wird, muss wegen Gl. 2, die wir bei der Herleitung von Gl. 5 verwendet haben, auch der Sonnendurchmesser im selben Verhältnis zunehmen. Das bedeutet aber, dass die Schattenlänge  $R$  nahezu konstant bleibt (die Korrektur hierzu wird durch den Nenner von Gl. 5 beschrieben) und damit auch das Verhältnis, um das der Erdschatten beim Mond kleiner ist. Für das Erde-Sonne-Mond-System ist  $R$  ungefähr das Vierfache von  $r_M$ , und damit ist der Erdschatten beim Mondabstand schon um ungefähr den Faktor 3:4 kleiner als der Erddurchmesser.

## 2 Eratosthenes von Kyrene

Wie wir gesehen haben, hat Aristarchos nur Verhältnisse von Größen bestimmt, keine absoluten Werte. Dazu muss mindestens eine der Größen bekannt sein. Dieses Problem löste Eratosthenes von Kyrene, der kurz nach Aristarchos lebte. Seine genauen Lebensdaten sind nicht bekannt, aber bis auf ein oder zwei Jahre lebte er von 276 v.Chr. bis 194 v.Chr. Bekannt ist Eratosthenes unter anderem durch das gleichnamige „Sieb“, mit dem man eine Tabelle der Primzahlen erhält.

Eratosthenes wusste, dass es in der Nähe von Assuan (damals Syene) einen tiefen Brunnen gab, bei dem die Sonne nur einmal im Jahr - am 21. Juni zur Mittagszeit (d.h. bei Sonnenhöchststand) - den Boden beleuchtete. Er deutete dies als die Tatsache, dass an diesem Tag die Sonne senkrecht über Assuan steht. Assuan liegt am 24. Breitengrad und somit nur wenig über dem Sommerwendekreis der Sonne (bei  $23,5^\circ$ ). Weiterhin nahm Eratosthenes an, dass die Stadt Alexandria auf demselben Längengrad wie Assuan liegt, was nicht ganz richtig ist: Alexandria liegt rund  $3^\circ$  weiter westlich. Dieser Winkel ist jedoch klein genug, um in die folgenden Überlegungen nur unwesentlich einzugehen. Schließlich wusste Eratosthenes noch, dass der Schatten eines Obelisken in Alexandria zur Mittagszeit des 21. Juni unter einem Winkel von  $1/50$ tel eines Vollkreises (also  $\theta = 7,2^\circ$ ) fiel. Aus der Annahme, dass die Sonnenstrahlen parallel einfallen, konnte er daraus schließen, dass der Erdumfang das 50-fache des Abstands von Alexandria nach Syene beträgt.

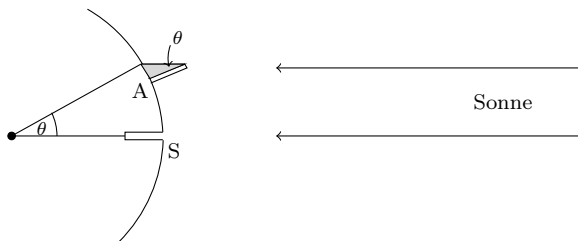


Abbildung 4: Zur Bestimmung des Erdumfangs nach Eratosthenes. Am 21. Juni steht die Sonne mittags senkrecht über einem Brunnen in Syene (S). Zum gleichen Zeitpunkt wirft ein Obelisk in Alexandria (A) einen Schatten unter dem Winkel  $\theta$ . Unter demselben Winkel erscheinen Syene und Alexandria vom Erdmittelpunkt aus betrachtet.

Wie er diesen Abstand bestimmt hat, ist nicht genau bekannt. Es gilt aber als wahrscheinlich, dass er königliche Schrittzähler eingesetzt hat, diesen Abstand zu messen. Das Ergebnis waren 5000 Stadien. Es ist auch nicht bekannt, welche Einheit für ein Stadion Eratosthenes verwendet hat (es waren damals mehrere Einheiten gebräuchlich), vermutlich aber handelte es sich um eine Einheit nahe bei 160 m.<sup>1</sup> In diesem Fall hätte er die Entfernung Alexandria-Syene nach heutigen Einheiten zu 800 km bestimmt. Da dies  $1/50$ . des Erdumfangs entsprechen soll, bestimmte er den Erdumfang zu 40 000 km. Wie genau diese Werte mit seinen Werten übereinstimmen, ist nicht bekannt, aber immerhin handelte es sich um ein wissenschaftliches Verfahren, wohingegen viele andere Werte für die Größe der Erde auf reinen Vermutungen beruhten.

<sup>1</sup>Das mesopotamische Stadion betrug 148,5 m, das griechische 177,6 m. In manchen griechischen Schriften findet man auch 157,5 m.

### 3 Die Größe der Erde

Bis in die frühe Neuzeit wurden die antiken Ergebnisse zur Bestimmung der Größe der Erde oder des Abstands Erde-Sonne kaum übertroffen. Die Zahlen von Eratosthenes blieben obskur, solange nicht geklärt war, was genau unter einem Stadion zu verstehen war. Doch die allgemeine Idee zur Bestimmung der Größe der Erde war korrekt.

Zu Beginn des 17. Jahrhunderts gab es zwei Entdeckungen, die einen wesentlichen Fortschritt brachten: (1) die Erfindung des Fernrohrs um 1610 und (2) die Kepler'schen Gesetze, insbesondere das dritte Kepler'sche Gesetz, das eine Beziehung zwischen den großen Halbachsen und den Umlaufzeiten eines Planeten um die Sonne herstellte (veröffentlicht 1619).

Mit Hilfe des Fernrohrs konnte die Erdgröße wesentlich genauer bestimmt werden. Hier ist insbesondere Jean Picard (1620–1682) zu erwähnen, der um 1670 eine sehr genaue Vermessung des Erdradius vornahm. Voraussetzung dafür waren (1) die Festlegung von zwei möglichst weit voneinander entfernten Orten auf demselben Längengrad, (2) eine möglichst genaue Bestimmung der Entfernung zwischen diesen beiden Orten und (3) eine möglichst genaue Messung der Breitengrade dieser Orte. Picard verwendete zur Winkelmessung zwischen zwei Orten Quadranten, die mit kleinen Fernrohren mit Fadenkreuzen ausgestattet waren. Dadurch waren sehr präzise Winkelmessungen möglich. Diese verwendete er einerseits, um den Breitengrad beispielsweise durch Sternbeobachtungen genau zu bestimmen, andererseits konnte er über Triangulationen<sup>2</sup> die Entfernungen zwischen zwei Punkten ausmessen, sofern die Länge einer Basislinie bekannt war. Durch weitere Anwendung dieses Verfahrens kann man auch größere Abstände bestimmen. Letztendlich genügt die Kenntnis einer Basislinie, um über genaue Winkelmessungen große Entfernungen ausmessen zu können. Ob sich zwei Orte genau auf demselben Längengrad befinden, konnte man dadurch feststellen, dass man von einem erhöhten Punkt (Gebäude, Hügel oder Bergspitze) exakt zur Mittagszeit (definiert durch den lokalen Sonnenhöchststand, der die Richtung „Süden“ anzeigt) jeweils einen Punkt im Süden und einen im Norden anvisierte.

Picard erreichte eine Genauigkeit von ungefähr 0,1% für seine Bestimmung des Erdradius. Nachdem im 18. Jahrhundert mehrere solche Messungen an verschiedenen Orten der Erde durchgeführt worden waren, erkannte man, dass die Erde keine exakte Kugelform hat. Gleiche Breitengradunterschiede hatten in Polnähe einen größeren Abstand als in Äquatornähe, was auf die Form eines abgeplatteten Ellipsoids schließen ließ.

### 4 Der Abstand Erde-Sonne

Die Idee der Parallaxenmessung wird in Abb. 5 verdeutlicht. Beobachtet man ein Objekt  $S$  von zwei verschiedenen Punkten  $a$  und  $b$  aus, deren Abstand  $D$  bekannt ist, kann man aus dem Winkel  $\alpha$ , um den dieses Objekt verschoben zu sein scheint, die Entfernung zu  $S$  bestimmen. Es wird dabei die Formel 6 verwendet. Vor einem „unendlich weit“ entfernten Hintergrund kann man den Winkel  $\alpha$  sehr leicht bestimmen, indem man den Winkel zwischen den scheinbaren Orten  $A$  und  $B$  des Objekts vor dem Hintergrund ausmisst. Nach einem ähnlichen Verfahren bestimmen wir intuitiv mit unseren Augen den Abstand von Gegenständen, wobei  $D$  dem Abstand der Augen entspricht.

Eines der Hauptargumente in der Antike gegen das heliozentrische Weltbild des Aristarchos war das Fehlen jeglicher Parallaxen. Das bezog sich einerseits auf das Fehlen von Parallaxen der

---

<sup>2</sup>Von zwei Punkten aus, deren Abstand bekannt ist, wird ein dritter Punkt anvisiert und es werden die beiden Winkel zwischen dem jeweils anderen Punkt und dem dritten Punkt vermessen. Daraus lassen sich die Entfernungen der beiden Punkte zu dem dritten Punkt bestimmen. Zur Kontrolle kann man von diesem dritten Punkt aus den Winkel zu den beiden Ausgangspunkten bestimmen. Jean Picard entdeckte auf diese Weise, dass Licht an unterschiedlichen Luftschichten - z.B. unterschiedlich bezüglich ihrer Temperatur oder ihres Drucks - gebrochen wurde.

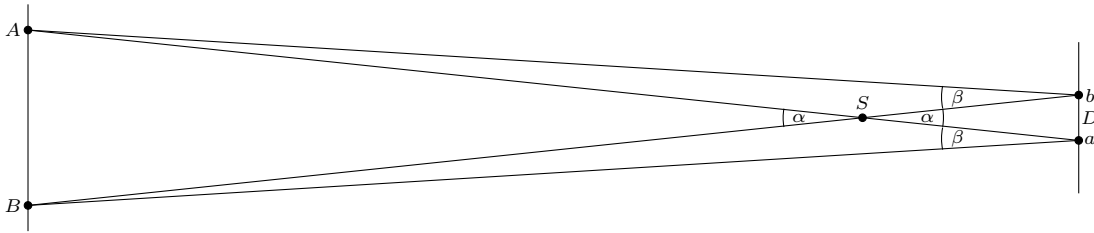


Abbildung 5: Die Parallaxenmessung. Beobachtet man ein Objekt  $S$  von zwei verschiedenen Orten  $a$  und  $b$  aus, so erscheint dieser Gegenstand um den Winkel  $\alpha$  verschoben. Die beiden Richtungen  $A$  und  $B$  erscheinen von  $a$  bzw.  $b$  aus unter dem Winkel  $\beta$ . Vor einem „unendlich weit“ entfernten Hintergrund gilt  $\alpha = \beta$ . Kennt man den Abstand  $D$  zwischen den Punkten  $a$  und  $b$ , kann man aus dem Winkel  $\alpha$  den Abstand zu  $S$  bestimmen. Selbst wenn  $A$  und  $B$  nicht unendlich weit entfernt sind, wie bei der Parallaxe der Venus vor der Sonne, kann man aus der Kenntnis der relativen Abstände und dem gemessenen Winkel  $\beta$  den Winkel  $\alpha$  bestimmen.

Planeten - wie beispielsweise des Mars, dem erdnächsten Planeten, den wir gegen einen Nachthimmel beobachten können -, wobei hier der Erdradius den Maßstab für den Abstand setzt unter dem eine Parallaxe beobachtet wird. Andererseits bezog sich das aber auch auf die fehlende Parallaxe der Sterne, wobei hier der Radius der Erdumlaufbahn um die Sonne diesen Maßstab setzt. Doch schon Archimedes hatte in einem Kommentar zu Aristarchos in seinem *Sandreechner* die zu großen Abstände zwischen den Himmelskörpern für die nicht beobachteten Parallaxen verantwortlich gemacht.<sup>3</sup>

Grundsätzlich war die Idee von Aristarchos zur Bestimmung des Verhältnisses  $r_M/r_S$  richtig, es setzt aber voraus, dass man den Winkel zwischen Mond und Sonne bei Halbmond genau messen kann. Die Fehler beruhen sowohl auf der Bestimmung des Zeitpunkts, wann genau Halbmond ist, als auch auf der exakten Messung des Winkels, der sehr nahe bei  $90^\circ$  liegt. Kleine Messfehler führen hier zu großen Unsicherheiten, sodass ähnliche Messungen in den Folgezeiten keine wesentlich besseren Ergebnisse erbrachten. Erst um 1635 wurde die Messung von Godefroy Wendelin nach dem Verfahren von Aristarchos mit einem Fernrohr wiederholt, was zu etwas besseren Werten führte: Er bestimmte den Abstand Erde-Sonne zu ungefähr 90 000 000 km.

Ähnlich wie schon bei Aristarchos waren die relativen Abstände in unserem Sonnensystem spätestens seit den Kepler'schen Gesetzen sehr gut bekannt. Das dritte Kepler'sche Gesetz stellt eine Beziehung zwischen den Umlaufzeiten der Planeten und ihren großen Halbachsen her, und die Umlaufzeiten ließen sich sehr genau bestimmen. Allerdings bezieht sich das dritte Kepler'sche Gesetz auf denselben Zentralkörper (der Faktor zwischen dem Quadrat der Umlaufzeit und der dritten Potenz der Halbachse einer Bahn hängt von der Masse des Zentralkörpers ab), sodass man aus den Umlaufzeiten und Halbachsen beispielsweise der Mondbahn nicht auf die entsprechenden Größen bei den Planetenbahnen schließen konnte. Immerhin wusste man nun, dass man lediglich eine absolute Entfernung im Planetensystem bestimmen musste, um alle anderen Entfernungen zwischen den Planeten und der Sonne bzw. den Planeten untereinander ebenfalls zu kennen.

Im 17. Jahrhundert wurden mit Hilfe des Fernrohrs Versuche unternommen, aus einer Parallaxenmessung des Mars die Entfernung Mars-Erde bei deren Minimum zu bestimmen. Damit hätte man auch den Abstand Sonne-Erde gekannt. Jean Richter und Giovanni Domenico Cassini erhielten

<sup>3</sup>Er hatte im *Sandreechner* explizit angenommen, dass sich der Abstand der Sterne zum Abstand Erde-Sonne ähnlich verhält wie der Abstand Erde-Sonne zum Durchmesser der Erde. Damit brachte er zum Ausdruck, dass der Abstand Erde-Sonne zum Durchmesser der Erde zu groß für eine Parallaxenmessung der Sonne von der Erde aus ist, und entsprechend der Abstand der Sterne zu groß, um im Verlauf eines Jahres von verschiedenen Punkten der Erdbahn aus beobachtet zu werden.

auf diese Weise einen Wert für die Astronomische Einheit, der immerhin schon weniger als 10% vom tatsächlichen Wert abwich. Auf einen ähnlichen Wert kam auch John Flamsteed. Im Gegensatz zu Richter und Cassini, die die Mars-Parallaxe von Orten auf zwei verschiedenen Breitengraden vornahmen (Paris und Cayenne in Französisch Guayana, knapp über dem Äquator), nahm Flamsteed die Messung alleine vor, indem er die Parallaxe zwischen Abend und Morgen beobachtete und somit die Drehung der Erde ausnutzte (da sich die Erde in dieser Zeit um eine unbekannte Distanz weiter um die Sonne bewegte, wobei diese Distanz wiederum nur über den Abstand Erde-Sonne bestimmt werden konnte, wurde die Rechnung etwas komplizierter).

1639 fand ein Venus-Transit vor der Sonne statt, den Jeremiah Horrocks nutzte, um eine Parallaxenmessung der Venus vor der Sonne zu messen. Er erhielt einen ähnlichen Wert wie Wendelin mit einem Fehler von rund 40%.

Edmund Halley (basierend auf Arbeiten von James Gregory) hatte 1716 in einem Artikel gezeigt, dass eine Beobachtung einer Venus-Parallaxe vor der Sonne zu genaueren Ergebnissen führen könnte, wenn man nicht die Parallaxenwinkel direkt ausmisst, sondern die Zeiten misst, für die die Venus vor der Sonnenscheibe sichtbar ist. Aus diesen Zeitdauern kann der Winkel  $\alpha$  der Parallaxe bestimmt werden. Die Tatsache, dass die Sonne nicht unendlich weit entfernt ist und insofern die beobachtete Parallaxe vor der Sonne nicht gleich dem Parallaxenwinkel ist, macht das Problem nicht wesentlich komplizierter, da man aus den Kepler'schen Gesetzen das Verhältnis der Abstände kannte und daraus die richtige Parallaxe berechnen konnte (Abb. 6).

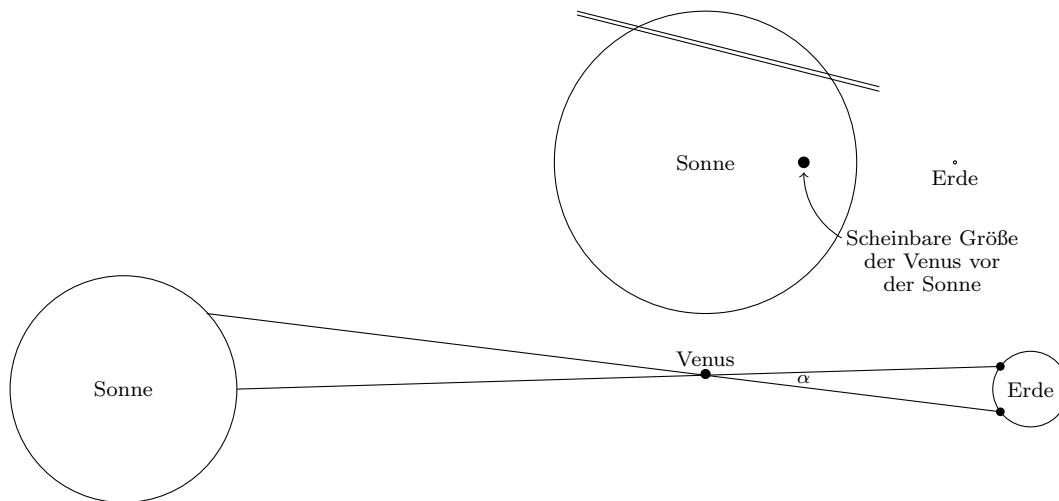


Abbildung 6: Die Parallaxenmessung bei einem Venus-Transit vor der Sonne. (unten) Die Verhältnisse sind übertrieben dargestellt. Halley hatte vorgeschlagen, von zwei verschiedenen Orten auf der Erde die genauen Zeiten zu messen, für die die Venus vor der Sonne sichtbar ist. (oben) Bis auf den Abstand Sonne-Erde sind hier die Größen ungefähr maßstabsgetreu dargestellt. Die Parallaxe der Venus vor der Sonne ist winzig und die scheinbaren Trajektorien der Venus vor der Sonne liegen sehr dicht beieinander, selbst wenn man sie von weit entfernten Orten auf der Erde beobachtet. Obwohl die Venus einen etwas kleineren Durchmesser hat als die Erde, erscheint sie vor der Sonne größer, da sie sich näher an der Erde befindet.

Die tatsächlichen Verhältnisse sind jedoch so, dass diese Zeiten mit einer sehr großen Genauigkeit bestimmt werden müssen, da die Venus-Trajektorien vor der Sonnenscheibe sehr dicht beieinander liegen (Abb. 6, oben). Der Winkelabstand der beiden Trajektorien ist kleiner als der Winkelabstand für den scheinbaren (projizierten) Durchmesser der Venus. Damit ist auch der Zeitpunkt schwer definierbar, wann genau die Venus in den Bereich der Sonnenscheibe eintritt oder

diesen verlässt (eine zusätzliche Problematik hierbei ist das sogenannte Tropfenphänomen: Aufgrund der endlichen Auflösung optischer Geräte scheint die Venus am inneren Rand der Sonne mit dem dunklen Hintergrund tropfenförmig zu verschmelzen).

In den Jahren 1761 und 1769 gab es Venus-Transite, und in diesen Jahren fanden Expeditionen statt, um die Venus-Parallaxe zu beobachten - die wichtigste im Jahr 1769, unter anderem mit James Cook in Tahiti am 17,6-ten südlichen Breitengrad. Der nördlichste Beobachtungsort war Vardø am 70-ten nördlichen Breitengrad in Norwegen. Insgesamt gab es bei den beiden Venus-Transiten weit über einhundert Beobachtungen, verteilt über die ganze Welt. Die Daten wurden von Jérôme Lalande zusammengetragen und ausgewertet. Der Fehler in der Bestimmung des Abstands Erde-Sonne betrug letztendlich weniger als 2%.

Heute ist die Astronomische Einheit definiert als die Länge  $1 \text{ AU} = 149\,597\,870\,700 \text{ m}$ . Da die Sonne jedoch ständig an Energie und damit Masse verliert, entfernen sich die Planeten von der Sonne (die Erde um rund  $15 \text{ cm}$  im Jahr). Daher wird der Sinn für eine derart festgelegte Konstante gelegentlich angezweifelt.

## 5 Parallaxenmessung der nächsten Sterne

Mit der Astronomischen Einheit sind nicht nur die Abstände der Planeten zur Sonne bzw. der Planeten untereinander sowie vieler weiterer Objekte in unserem Sonnensystem bestimmt, sondern damit steht auch eine neue Basis für die Messung von Parallaxen zu weiter entfernten Objekten zur Verfügung. Während man insbesondere in der populärwissenschaftlichen Literatur das Lichtjahr gerne als astronomische Entfernungseinheit verwendet, also die Distanz, die das Licht in einem Jahr zurücklegt, verwendet man in der Astrophysik eher das Parsec, die Parallaxensekunde (abgekürzt pc), als Entfernungseinheit.

Bei einer Geschwindigkeit von  $300\,000 \text{ km}$  pro Sekunde benötigt das Licht rund  $500$  Sekunden von der Sonne bis zur Erde, das entspricht  $8$  Minuten und  $20$  Sekunden. In einem Jahr legt das Licht eine Strecke von  $9,4673 \cdot 10^{12} \text{ km}$  zurück. Das ist somit die Distanz, die einem Lichtjahr entspricht - ungefähr  $10^{13}$  Kilometer. Eine Parallaxensekunde ist definiert als der Abstand, bei dem die Astronomische Einheit, also der Radius der Erdbahn um die Sonne, unter einem Winkel von  $1$  Bogensekunde gesehen wird. Eine Bogensekunde sind  $1/3600$  Grad, und für eine Parallaxensekunde erhalten wir  $1 \text{ pc} = 1 \text{ AU} / \tan(1/3600) \approx 30,857 \cdot 10^{12} \text{ km}$ . Das entspricht  $3,26$  Lichtjahren.

Der nächste Stern (nach der Sonne) ist Proxima Centauri mit einem Abstand von  $4,25 \text{ ly}$  (Lichtjahren). Hierbei handelt es sich um einen Roten Zwerg, der mit bloßem Auge oder auch einem Fernglas nicht sichtbar ist. Im Abstand von rund  $4,38 \text{ ly}$  ist Alpha-Centauri, einer der hellsten Sterne am Himmel. Eigentlich handelt es sich um ein Doppelsternsystem, bestehend aus Alpha-Centauri A und Alpha-Centauri B, die jedoch nur mit einem Fernglas oder Fernrohr trennbar sind. Diese Objekte sind also schon weiter als eine Parallaxensekunde von der Erde entfernt und somit bedarf es sehr hochauflösender Teleskope, um die Entfernung zu diesen Sternen mit dem Verfahren der Parallaxe bestimmen zu können. Die erste Veröffentlichung einer solchen Messung stammt aus dem Jahre 1838, als Friedrich Wilhelm Bessel die Entfernung von Cygni-61 (einem bei guten Bedingungen mit bloßem Auge sichtbaren Stern im Sternbild Schwan) mithilfe einer Parallaxenmessung mit  $10,4 \text{ ly}$  angab (der tatsächliche Wert ist  $11,4 \text{ ly}$ ). Allerdings hatte Thomas Henderson schon 1834 eine Parallaxenmessung von Alpha-Centauri vorgenommen, deren Ergebnisse er aber erst 1839, nachdem er von den Resultaten von Bessel erfuhr, veröffentlichte.

In beiden Fällen war bekannt, dass diese Sterne eine hohe Eigenbewegung haben. Man unterscheidet dabei die radiale Bewegung relativ zur Erde, die sich heute sehr gut mit spektroskopischen Mitteln (Doppler-Effekt) bestimmen lässt, und die tangentielle Bewegung relativ zur Erde, die nur



über mehrere Beobachtungen über einen längeren Zeitraum ermittelt werden kann. Diese tangentiale Bewegung wird meist in der Einheit „mas/yr“ (milliarcseconds per year) angegeben, da für ihren absoluten Wert (in km/s) die Entfernung bekannt sein müsste. Aus den hohen Eigenbewegungen von Cygni-61 und Alpha-Centauri schlossen sowohl Bessel als auch Henderson, dass diese Objekte uns vergleichsweise nahe sein müssten.

In den Jahren 1989 bis 1993 konnte der Satellit Hipparcos (für *High Precision Parallax Collecting Satellite*) die astrometrischen Daten (dazu zählen die Deklination, die Reklination, die Parallaxe - also der Abstand -, sowie die tangentialen und radialen Geschwindigkeiten) von fast 120 000 Sternen mit einer Genauigkeit von 0,001 Bogensekunden vermessen. Seit 2013 ist der Satellit Gaia (*Global Astrometric Interferometer for Astrophysics*) in Operation (vermutlich bis 2025). Für Sterne bis zu einer Magnitude von 7 soll hier eine Genauigkeit von 7 Mikrobogensekunden ( $\mu\text{as}$  - microarcseconds) erreicht werden. Der Abstand zu rund 20 Millionen Sternen wird dann mit einer Genauigkeit von unter 1% bekannt sein. Sämtliche Sterne mit einer Magnitude unter 20 und innerhalb eines Abstands von 30 000 ly werden mit einer Genauigkeit von unter 10% vermessen (das schließt unser galaktisches Zentrum mit ein).

## 6 Standardkerzen

Die Entfernungsbestimmung über eine Parallaxenmessung ist das einzige direkte Verfahren, die Entfernungen zu Himmelsobjekten zu bestimmen. Die Abstände zu weiter entfernten Objekten lassen sich nur indirekt messen. Ein wichtiges Verfahren in diesem Zusammenhang beruht auf sogenannten Standardkerzen. Dabei handelt es sich um Objekte, bei denen die absolute Helligkeit aufgrund bestimmter Eigenschaften dieser Objekte bekannt ist, und aus der beobachteten scheinbaren Helligkeit dieser Objekte kann man ihre Entfernung bestimmen. Zur „Eichung“ dieses Verfahrens muss man die Entfernungen zu einigen Vertretern dieser Standardkerzen jedoch direkt, d.h. über die Parallaxenmessungen, bestimmt haben. Aus diesem Grund sind die direkten Entfernungsbestimmungen solcher Standardkerzen auch von Bedeutung für unser kosmisches Weltbild.

### 6.1 Absolute und scheinbare Magnitude

Die Magnitude ist ein Helligkeitsmaß, das vermutlich auf Hipparch (um 190 - 120 v. Chr.) zurückgeht und ausführlich von Claudius Ptolemäus (um 100 n. Chr. bis rund 160 n. Chr.) verwendet wurde. Bei diesem Maß wurden ursprünglich die sichtbaren Sterne in 6 Helligkeitsklassen eingeteilt, wobei Klasse 1 die hellsten Sterne enthielt und Klasse 6 die Sterne, die unter guten Bedingungen gerade eben noch beobachtbar waren. Nach den Fechner-Weber'schen Gesetzen ist unsere subjektive Wahrnehmung proportional zum Logarithmus der Intensität der Einwirkung, wobei Intensität einer „Energie pro Fläche pro Zeiteinheit“ entspricht. Es handelt sich bei der Intensität also um eine Energie, die pro Zeiteinheit (damit erhalten wir eine Leistung) auf eine Flächeneinheit übertragen wird. Dies gilt nahezu unabhängig von dem Wahrnehmungssinn - also visuelle oder auditive Wahrnehmung, Schmerz- oder Kälteempfindung, etc. Insbesondere bedeutet dies, dass die subjektiv wahrgenommene Helligkeit proportional zum Logarithmus der Energie ist, die pro Zeiteinheit in unser Auge trifft.

Um einerseits ein objektiveres Helligkeitsmaß zu erhalten, andererseits möglichst nahe an dem Maß zu bleiben, das sich im Verlauf der Jahrhunderte in der Astronomie eingebürgert hatte, definiert man heute die Magnitude über folgende Beziehungen: Ganz grob entspricht der subjektiv wahrgenommene Unterschied zwischen der Helligkeitsstufe 1 und der Helligkeitsstufe 6 einem Faktor 100 in der Intensität der Strahlung. Sei  $I_i$  die Intensität zur Magnitude  $m = i$ , dann gilt somit  $I_1 = 100 I_6$  oder  $I_{i-1} = \sqrt[5]{100} I_i = 10^{2/5} I_i$ . Andererseits folgt aus dem Fechner-Weber'schen Gesetz

$m = \alpha \log I$  (mit zunächst unbekanntem Faktor  $\alpha$ ). Damit erhalten wir:

$$5 = m_6 - m_1 = \alpha \log I_6 - \alpha \log I_1 = \alpha \log \left( \frac{I_6}{I_1} \right) = \alpha \log \left( \frac{I_6}{100I_6} \right) = -\alpha \log 100 = -2\alpha \quad (8)$$

oder  $\alpha = -5/2 = -2,5$ . Die Magnitude  $m$  wird heute über die Intensität  $I$  einer Quelle durch die folgende Beziehung definiert:

$$m = -2,5 \log I/I_0, \quad (9)$$

wobei  $I_0$  eine willkürlich gewählte Referenzintensität der Magnitude 0 ist (früher definierte man die Magnitude des Sterns Wega im Sternbild Leier als Magnitude 0).

Wir messen hier auf der Erde von einem Stern bzw. einem astronomischen Objekt die sogenannte *scheinbare Helligkeit*, also die Lichtintensität, die hier auf der Erde ankommt. Nun ist bekannt, dass die beobachtete Intensität einer Lichtquelle wie  $1/r^2$  abnimmt, wobei  $r$  der Abstand von der Quelle ist. Die abgestrahlte Energie verteilt sich über eine Kugeloberfläche  $4\pi r^2$ , und da die Energie erhalten ist, nimmt die Energie pro Fläche wie  $1/r^2$  ab. Das setzt voraus, dass es keine absorbierenden Medien zwischen Quelle und Empfänger gibt, ansonsten nimmt die Intensität schneller ab.

Daraus folgt, dass sich die scheinbare Magnitude von zwei Quellen, welche dieselbe Intensität an Energie abstrahlen, sich aber in unterschiedlichen Entfernungen  $r_1$  und  $r_2$  vom Beobachter befinden, um

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log \left( \frac{I_1}{I_2} \right) = -2,5 \log \left( \frac{I}{r_1^2} \cdot \frac{r_2^2}{I} \right) = -2,5 \log \left( \frac{r_2^2}{r_1^2} \right) = -5 \log \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (10)$$

unterscheiden. Man definiert nun für ein astronomisches Objekt ein von der Entfernung unabhängiges Maß, die sogenannte *absolute Helligkeit*, durch die Bedingung: Die absolute Helligkeit  $I_0$  eines Objekts ist gleich der scheinbaren Helligkeit, die dieses Objekt hätte, wenn es sich in einer Entfernung von  $r_0 = 10$  pc (oder 32,6 Lichtjahren) befände. Kennen wir somit die Entfernung eines Objekts von der Erde, können wir seine absolute Helligkeit berechnen. Umgekehrt, kennen wir die absolute Helligkeit eines Objekts, können wir aus der scheinbaren Helligkeit auf seine Entfernung schließen. Sei die scheinbare, auf der Erde gemessene Magnitude eines Objekts  $m_1$  und sei  $m_0$  die (aus anderen Überlegungen bekannte) absolute Magnitude dieses Objekts, dann folgt:

$$m_1 - m_0 = -5 \log \left( \frac{r_0}{r} \right) \quad \text{oder} \quad r = r_0 \cdot 10^{\frac{(m_1 - m_0)}{5}} \quad \text{mit } r_0 = 10 \text{ pc}. \quad (11)$$

Standardkerzen sind nun Objekte, deren absolute Helligkeit bekannt ist, sodass wir aus der Beobachtung ihrer scheinbaren Helligkeit hier auf der Erde auf ihren Abstand schließen können.

## 6.2 Veränderliche

Es gibt sehr viele Formen von Veränderlichen, das sind Himmelsobjekte, deren Helligkeit Schwankungen unterworfen ist. Streng genommen gehört auch unsere Sonne dazu, die wegen ihrer periodischen Fluktuationen in den Sonnenflecken (mit einer Periode von 11 Jahren) auch in ihrer Helligkeit schwankt. Diese Schwankungen sind aber minimal. Es gibt jedoch Sterne, die in manchen Phasen ihrer Entwicklung deutlich größeren Helligkeitsschwankungen unterworfen sind. Diese Schwankungen beruhen sowohl auf Veränderungen in ihrer Größe als auch in ihrer Temperatur. Nicht-lineare Rückkopplungen in der Dynamik können solche Effekte hervorrufen: Ein Beispiel sind Sterne, bei denen die Temperatur der äußeren Hülle nahe der Ionisierungsenergie von Wasserstoff und Helium liegt (das sind Temperaturen zwischen 6000 und 9000 K). Die Lichtdurchlässigkeit solcher Schichten hängt sehr vom Ionisationsgrad ab: Mehr ionisierte Elemente bedeutet eine höhere Absorption von Licht, dadurch mehr Energieaufnahme und eine Zunahme der Ionisation, und entsprechend umgekehrt. Das

Zusammenspiel solcher Effekte kann zu periodischen Schwankungen in der Helligkeit von mehreren Magnituden führen.

Die vermutlich wichtigste Klasse von Veränderlichen, die als Standardkerzen dienen, sind die Cepheiden. Benannt sind sie nach  $\delta$  Cephei im Sternbild Kepheus. Die Variabilität dieses Sterns schwankt zwischen  $m = 3,48$  und  $4,37$  und ist seit Ende des 18. Jahrhunderts bekannt. Er ist ungefähr 800 Lichtjahre von uns entfernt (nach Parallaxenmessungen von Hipparcos) und die Pulsationsperiode beträgt rund 5,37 Tage.

Die Bedeutung der Cepheiden als Standardkerzen geht auf Henrietta Swan Leavitt (1868–1921) zurück. Sie arbeitete Anfang des 20. Jahrhunderts in der Gruppe der „Harvard Computers“, einer Gruppe von Frauen, die von dem Astrophysiker Edward Charles Pickering angeheuert worden war, um astronomische Daten auszuwerten. Sie untersuchte Veränderliche in der Magellanschen Wolke, die auf photographischen Platten registriert worden waren (damals durften Frauen noch keine Teleskope bedienen). Bei ihren sehr sorgfältigen Untersuchungen stellte sie fest, dass es eine logarithmische Beziehung zwischen der Periode und der mittleren Helligkeit dieser Veränderlichen gibt. Da sie davon ausgehen konnte, dass sich diese Objekte alle in mehr oder weniger derselben Entfernung von der Erde befinden (in der Magellanschen Wolke), erkannte sie, dass sich eine solche Beziehung zur Entfernungsmessung eignet. Nachdem der Abstand zu einigen Cepheiden in unserer Milchstraße mithilfe anderer Verfahren bestimmt worden war, konnte man mit ihrer Entdeckung nun auch den Abstand von Objekten in bis zu 20 Millionen Lichtjahren Entfernung bestimmen. Insbesondere konnte Edwin Hubble auf diese Weise zeigen, dass der Andromeda-Nebel nicht zu unserer Galaxie gehört - damit wurde die „Shapley-Curtis-Debatte“ oder auch „große Debatte“ von 1920 entschieden - und später wurde basierend auf ihrer Entdeckung ebenfalls von Hubble die Expansion des Universum entdeckt. Henrietta Leavitt wurde von einem Mitglied der Schwedischen Akademie der Wissenschaften für den Nobelpreis 1925 vorgeschlagen, allerdings stellt sich dann heraus, dass sie zu diesem Zeitpunkt schon seit drei Jahren tot war.

Anfang der 50er Jahre des 20. Jahrhunderts musste eine Korrektur in der Abstandsbestimmung vorgenommen werden, nachdem man erkannte, dass es zwei Arten von Cepheiden gibt, die sich hauptsächlich in Bezug auf ihr Alter unterscheiden. Die Entfernungsbestimmung nach der Parallaxenmethode war an „alten“ Cepheiden (heute W Virginis oder Typ II Cepheiden genannt) vorgenommen worden, wohingegen es sich bei den Cepheiden im Andromeda-Nebel um „junge“ Cepheiden (heute auch „klassische Cepheiden“ oder Typ I Cepheiden genannt) handelt, bei denen sich die Periode-Helligkeitsbeziehung um rund 1,5 Magnituden unterscheidet. Das führte im Wesentlichen dazu, dass fast alle extragalaktischen Entfernungsmessungen um teilweise mehr als einen Faktor 2 falsch und entsprechend vergrößert werden mussten.

### 6.3 Statistische Verfahren

Statistische Verfahren beruhen nicht auf den Abstand-Helligkeits-Beziehungen einzelner Objekte sondern auf vergleichbaren Beziehungen für eine Verteilung von Objekten innerhalb einer bestimmten Population. Beispielsweise ist die Größenverteilung der Sterne und damit ihre Helligkeitsverteilung in verschiedenen Galaxien sehr ähnlich. Es gibt eine obere Grenze für die Größe und damit auch die Helligkeit eines Sterns, es gibt Beziehungen zwischen der Größe und der spektralen Energieverteilung eines Sterns etc. Solche statistischen Beziehungen kann man ausnutzen, um beispielsweise die Entfernung von Galaxien oder auch die Entfernung von Sternenhaufen (globularen Clustern) zu bestimmen.

## 6.4 Supernovae Typ Ia

Eine besonders wichtige Klasse von Standardkerzen sind sogenannte Typ Ia Supernovae. Bei einer Supernova handelt es sich um das explosive Endstadium eines Sterns: Der Stern im- bzw. explodiert unter seiner eigenen Schwerkraft, die nicht mehr durch andere Prozesse wie den Strahlungsdruck der zentralen Kernfusion aufgehalten wird, zu einem Neutronenstern oder auch zu einem schwarzen Loch. Bei solchen Prozessen sind auch die meisten Elemente schwerer als Eisen in unserem Universum entstanden.

Bei einer Supernova vom Typ Ia handelt es sich (vermutlich) um ein Doppelsternsystem, bei dem einer der Partner ein weißer Zwerg ist. Dieser weiße Zwerg entzieht seinem Partner - einem normalen Stern - Materie und wird dadurch langsam schwerer. Überschreitet die Masse eines solchen weißen Zwergs die kritische Grenze von 1,4 Sonnenmassen (die sogenannte Chandrasekhar-Grenze), kann die Wirkung der gravitativen Kraft nicht mehr aufgehalten werden: Es kommt zu nuklearen Reaktionen, bei denen Protonen und Elektronen sich zu Neutronen verbinden und schließlich ein Neutronenstern entsteht. Dieser Prozess findet bei nahezu denselben Ausgangsbedingungen (kritische Masse des weißen Zwergs) statt und verläuft daher unter denselben Bedingungen. Aus diesem Grunde glaubt man heute, dass die absolute Helligkeit solcher Typ Ia Supernovae auch nahezu konstant ist und sich daher als Standardkerze eignet.

Da die Helligkeit eines Sterns bei einer Supernova die Helligkeit von Billionen Sternen bzw. die Helligkeit einer ganzen Galaxie erreichen kann, sind solche Ereignisse auch in sehr großen Entfernungen beobachtbar. Ob es sich bei einer Supernova um eine Supernova vom Typ Ia handelt, kann man an verschiedenen Parametern erkennen; ein wesentliches Anzeichen ist das Vorhandensein einer Siliziumlinie im Lichtspektrum. Außerdem kann man aus dem Verlauf der Helligkeitskurve als Funktion der Zeit Rückschlüsse auf die Art der Supernova schließen.

Die systematische Untersuchung solcher Supernovae vom Typ Ia in den 90er Jahren des letzten Jahrhunderts führte dazu, dass man Abweichungen vom linearen Hubble-Gesetz (siehe Abschnitt 7) erkannte: Der Abstand von sehr weit entfernten Galaxien nach der Rotverschiebung - also dem Hubble-Gesetz - stimmte nicht mit den Abstandsmessungen basierend auf beobachteten Supernovae Typ Ia überein. Daraus konnte man schließen, dass die Beziehung zwischen der Geschwindigkeit, mit der sich ein Objekt von uns entfernt, und seinem Abstand von der Erde nicht linear ist und somit nicht einer linearen Ausdehnungsbeziehung in unserem Universum entspricht. Die Untersuchungen zeigten, dass sich unser Universum seit rund acht Milliarden Jahren beschleunigt ausdehnt. Dies führte dazu, dass man von einer „dunklen Energie“ in unserem Universum ausgeht - im Wesentlichen erklärt man dies heute durch eine negative kosmologische Konstante - deren Wirkung darin besteht, dass sich der Raum beschleunigt ausdehnt.

## 7 Die kosmische Rotverschiebung

Fast jedes selbststrahlende Himmelsobjekt (Sterne oder Galaxien) zeigt in seinem elektromagnetischen Spektrum (erweitert um den infraroten Bereich und den UV-Bereich) charakteristische Linien, entweder als Absorptionslinien oder als Emissionslinien. Absorptionslinien zeigen sich in einer Spektralzerlegung als dunkle Streifen vor einem im Wesentlichen thermischen Spektralhintergrund. Sie entstehen durch die Absorption bestimmter Frequenzen durch chemische Elemente in den äußeren Schichten dieser Objekte. Emissionslinien sieht man, wenn bestimmte Elemente dominant sind, so dass ihr emittiertes Licht den Hintergrund überstrahlt. In der Astronomie von Sternen oder Galaxien findet man hauptsächlich Absorptionslinien. In Abhängigkeit von der Natur der emittierenden Objekte (Temperatur, chemische Zusammensetzung, etc.) können diese Linien an unterschiedlichen

Stellen auftreten und unterschiedlichen Frequenzen entsprechen.

Bei einer Rotverschiebung sind die charakteristischen Linien in einem Spektrum systematisch zu längeren Wellenlängen verschoben. Im umgekehrten Fall - Verschiebung zu kürzeren Wellenlängen - spricht man von Blauverschiebung. Die klassische Ursache für solche Verschiebungen ist der Doppler-Effekt, der auftritt, wenn sich die strahlungsausstrahlenden Objekte relativ zum empfangenden Objekt bewegen. In der Astronomie findet man diesen Effekt bei der sogenannten Pekuliarbewegung oder Pekuliargeschwindigkeit eines Objekts, also seiner Eigenbewegung relativ zu seiner Umgebung. Beispielsweise bewegt sich die Andromedagalaxie auf uns zu und zeigt eine Blauverschiebung. Außerdem gibt es noch die gravitative Rotverschiebung, wenn sich Licht von einer gravitativen Quelle entfernt, d.h. in einem Bereich hohen Gravitationspotenzials emittiert und in einem Bereich niedrigeren Gravitationspotenzials registriert wird. Die dritte Ursache - und um die geht es hier - ist die kosmische Rotverschiebung. Sie tritt auf, wenn sich der Abstand zwischen dem Objekt, welches das Licht emittiert, und dem Objekt, welches das Licht registriert, aufgrund der Raumausdehnung verändert.

Für eine gegebene Spektralzerlegung kennzeichnet man die Rotverschiebung durch den Faktor

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{\lambda_r}{\lambda_e} - 1, \quad (12)$$

wobei  $\lambda_r$  die beobachtete (registrierte) Wellenlänge und  $\lambda_e$  die von dem Objekt emittierte Wellenlänge sind. Bei einer Rotverschiebung ist die beobachtete Wellenlänge größer als die emittierte Wellenlänge, sodass  $z$  positiv ist.

Heute interpretieren wir die kosmische Rotverschiebung als Effekt der Raumausdehnung. Diese Ausdehnung streckt auch die Wellenlängen, sodass das Verhältnis  $\lambda_r/\lambda_e = z + 1$  direkt den Faktor angibt, um den die Ausdehnung (genauer der Skalenfaktor) des Universums zwischen Emission und Registrierung der Strahlung zugenommen hat.

Die ersten Beobachtungen von Rotverschiebungen bei Spiralgalaxien stammten von Vesto Slipher aus der Zeit zwischen 1912 und 1917. Damals war noch nicht klar, ob es sich bei diesen Objekten um Nebel in unserer Milchstraße oder „Inseluniversen“ handelt. Erst Edwin Hubble konnte um 1924 klären, dass viele der damals bekannten Nebel, einschließlich des Andromeda-Nebels und des Triangulum-Nebels, nicht zu unserer Milchstraße gehören. Er verwendete dazu die von Henrietta Swan Leavitt entdeckte Cepheiden-Methode, wobei er diese Standardkerzen zunächst an Cepheiden in unserer Galaxie eichen musste (wie sich später herausstellte, waren viele seiner Entfernungsmessungen teilweise um bis zu einem Faktor 7 falsch, allerdings waren die relativen Entfernungen im Wesentlichen korrekt). Auf diese Weise entdeckte Hubble zusammen mit seinem Assistenten Milton Lasell Humason, dass es näherungsweise eine Proportionalität zwischen der Rotverschiebung von Galaxien und ihrer Entfernung gab. Diese lineare Beziehung zwischen Rotverschiebung und Entfernung bezeichnet man heute als Hubble-Gesetz oder auch Hubble-Lemaître-Gesetz (der belgische Theologe und Astrophysiker Georges Edouard Lemaître hatte dieses Gesetz aus seiner Urknalltheorie zwei Jahre vor Hubble postuliert).

Die ursprüngliche Version des Hubble-Gesetzes lautet somit:

$$z \propto D, \quad (13)$$

wobei  $D$  der Abstand zwischen dem Objekt und uns ist und  $z$  die an diesem Objekt beobachtete Rotverschiebung. Interpretiert man die Rotverschiebung als einen Doppler-Effekt, und dies war zu Zeiten von Slipher und Hubble naheliegend, kann man ihr eine Geschwindigkeit zuordnen, wobei für nicht zu große Geschwindigkeiten eine lineare Beziehung,  $z = v/c$ , besteht. Für das Hubble-Gesetz definiert man formal eine Rotverschiebungsgeschwindigkeit  $v_{rs} = cz$  und gelangt somit zu dem Gesetz:

$$v_{rs} = HD. \quad (14)$$

$H$  bezeichnet man als die Hubble-Konstante, die allerdings zeitabhängig sein kann. Diese Formulierung des Hubble-Gesetzes ist in mehrfacher Hinsicht problematisch:

1.  $z$  kann Werte größer als 1 annehmen, womit  $v_{rs}$  größer als die Lichtgeschwindigkeit wird. Der Rekord einer gemessenen Rotverschiebung bei einer Galaxie mit dem Deep Space Telescope des Hubble Satelliten liegt derzeit bei  $z \approx 10$ , d.h., das Universum hat sich seit der Zeit, als dieses Licht ausgesandt wurde, um einen Faktor 11 ausgedehnt. Nimmt man ganz grob eine lineare Ausdehnung an, was allerdings bei großen  $z$ -Werten problematisch ist, schaut man hier über 12 Milliarden Jahre in die Vergangenheit. Ein genauerer Wert liegt bei 13,2 Milliarden Jahren und somit stammt unsere heutige Wahrnehmung aus einer Zeit, in der das Universum weniger als eine Milliarde Jahre alt war.

Gelegentlich verwendet man die Beziehung des relativistischen (longitudinalen) Doppler-Effekts zwischen  $z$  und  $v$ ,

$$z + 1 = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}, \quad (15)$$

um einer Rotverschiebung eine Geschwindigkeit kleiner als  $c$  zuzuschreiben, doch auch dies wird der kosmologischen Rotverschiebung nicht gerecht und sollte eher vermieden werden.

2. Wir sehen Objekte nicht nur in großer Entfernung sondern auch in der Vergangenheit und  $H$  ist in den meisten Modellen zeitabhängig. Damit erhebt sich die Frage, was überhaupt der Abstand  $D$  zwischen zwei kosmischen Objekten ist. Ein pragmatischer (operationaler) Zugang definiert den Abstand über ein Messverfahren. Hier zeigt sich jedoch, dass verschiedene Messverfahren in einem expandierenden Universum zu unterschiedlichen Ergebnissen führen können. Ein eher konzeptuelles Verfahren beruht auf der Annahme eines homogenen und isotropen aber nicht statischen Universums - unter diesen Umständen kann man Raumkoordinaten wählen, in Bezug auf die die Hubble-Konstante nicht ortsabhängig ist, und es gibt eine bevorzugte Zeitrichtung mit Zeitvariabler  $t$ . Dann ist es sinnvoll, von einem Abstand  $D(t)$  zwischen zwei Objekten zum Zeitpunkt  $t$  zu sprechen und die Geschwindigkeit  $v(t)$ , mit der sich diese Objekte voneinander entfernen, durch  $v(t) = dD(t)/dt$  zu definieren. In diesem Fall gilt für zwei weit entfernte Objekte ohne Pekuliarbewegung (mathematisch spricht man im Englischen auch von „comoving objects“ in Bezug auf dieses Koordinatensystem) die Beziehung:

$$H = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = \frac{dD(t)}{dt} / D(t) \quad \text{bzw.} \quad v(t) = H(t)D(t). \quad (16)$$

Hierbei ist  $a(t)$  die Skala des Universums, also ein Maß für seine Ausdehnung, und diese ist direkt proportional zum Abstand  $D(t)$  von „comoving“ Objekten. Dies bezeichnet man ebenfalls als Hubble-Gesetz (obwohl Hubble es in dieser Form nicht verwendet hat). Die Identifizierung des sogenannten Hubble'schen Rotverschiebungsgesetzes (Gl. 13) und des Hubble'schen Geschwindigkeit-Abstands-Gesetzes (Gl. 16) führt oft zu Fehlvorstellungen. Die in obiger Gleichung ausgedrückte Beziehung zwischen der Geschwindigkeit und dem Abstand gilt exakt (sie ist praktisch die Definition der Hubble-Konstanten) in allen homogenen und isotropen kosmologischen Modellen. Die Beziehung 13 gilt nur für kleine  $z$ -Werte.

Wir interpretieren also die Rotverschiebung für sehr weit entfernte Objekte nicht als Doppler-Effekt, sondern als einen Effekt der allgemeinen Relativitätstheorie, der mit der Raumausdehnung zu tun hat. Die Objekte haben somit keine Geschwindigkeit, sondern der Raum zwischen den Objekten und uns nimmt zu. Daraus abgeleitete Größen wie Distanz oder Geschwindigkeit hängen vom gewählten Koordinatensystem ab.

Die Hubble-Konstante  $H$  hat die Dimension  $s^{-1}$ , also eine inverse Zeit. Oft gibt man sie jedoch in  $(\text{km/s})/\text{Mpc}$  an und ihr Wert liegt heute bei ungefähr  $H = 70 (\text{km/s})/\text{Mpc}$ . Dies kann man so interpretieren: Wenn der Abstand einer Galaxie um eine Megaparallaxensekunde zunimmt (das sind rund  $3,26 \cdot 10^6 \text{ ly}$ ), nimmt die formale Fluchtgeschwindigkeit dieses Objekts von der Erde um  $70 \text{ km/s}$  zu. Beispielsweise haben Objekte in einer Entfernung von 1 Milliarde Lichtjahren formal eine Fluchtgeschwindigkeit von knapp  $21.500 \text{ km/s}$ .

Hubble selbst glaubte nicht, dass sein Gesetz Indiz für eine Urknalltheorie sein könnte. Unter anderem führten die von ihm verwendeten falschen Entfernungen auf viel zu hohe Geschwindigkeiten für die Abstandszunahme zwischen den Galaxien und damit auf ein viel zu junges Universum (jünger als manche geologische Schätzungen für das Alter der Erde, wobei diese Überlegungen damals noch sehr umstritten waren).

Bis in die 90er Jahre des 20. Jahrhunderts war das Hubble'sche Rotverschiebungsgesetz

$$z = \frac{H}{c} D \tag{17}$$

nahezu die einzige Möglichkeit, die Entfernung  $D$  zu sehr weit entfernten Objekten, bei denen z.B. keine Cepheiden mehr beobachtet werden konnten, zu bestimmen. Hierbei wurde  $H$  mehr oder weniger als Konstante angenommen. Nachdem in den 90er Jahren eine systematische Neubestimmung der Entfernungen über Typ Ia Supernovae erfolgte, erkannte man Abweichungen von diesem Rotverschiebungsgesetz bzw. man konnte die Zeitabhängigkeit von  $H$  bestimmen. Dies führte zu der Entdeckung, dass sich das Universum seit rund 5 bis 8 Milliarden Jahren wieder beschleunigt ausdehnt und damit zur Entdeckung der dunklen Energie.