

# Interferometer

Thomas Filk; Universität Freiburg

Interferometer spielen überall in der Optik eine wichtige Rolle. Sie sind eines der zentralen Instrumente der Experimentalphysik für optische und quantenoptische Versuche. Verwendet man Laserlicht, zeigen Interferometer unter anderem die Wellennatur des Lichts. Mit Einzelphotonen lassen sich jedoch vollkommen neuartige und interessante Effekte erzielen.

Zwei der bekanntesten Interferometer sind das Mach-Zehnder-Interferometer und das Michelson-Interferometer. Beide beruhen auf einem ähnlichen Prinzip: Ein Strahl wird mit einem Strahlteiler geteilt, über ein Spiegelsystem auf einen zweiten Strahlteiler gelenkt und dort wieder zusammengebracht, wobei dann die Interferenzmuster entstehen. Beim Michelson-Interferometer gibt es nur einen Strahlteiler, der sowohl die Aufspaltung als auch die spätere Zusammenführung übernimmt, d.h. das Spiegelsystem reflektiert die aufgeteilten Strahlen wieder zurück auf den ersten Strahlteiler, hinter dem es dann zur Interferenz kommen kann. Beim Mach-Zehnder-Interferometer lenken die Spiegel die beiden Strahlen auf einen zweiten Strahlteiler, hinter dem dann eventuell Interferenzen beobachtet werden können.

Beide Interferometer lassen sich sowohl mit gewöhnlichen Strahlteilern als auch mit polarisationsabhängigen Strahlteilern betreiben. Allerdings ist dies beim Michelson-Interferometer etwas problematischer, da dort die vorgegebene Orientierung die Strahlen in die Lichtquelle lenken würde, wohingegen man einen Ausgang möchte, der senkrecht dazu steht. Das Michelson-Interferometer wird auch beim Nachweis von Gravitationswellen verwendet.

Viele Experimente lassen sich am Mach-Zehnder-Interferometer leichter beschreiben, aber am Michelson-Interferometer leichter durchführen. Daher sollen hier beide Interferometer besprochen werden. In gewissen Hinsicht sind diese Interferometer Erweiterungen des Doppelspaltexperiments für kohärentes Licht: Der Strahl bzw. der Zustand eines einzelnen Photons wird aufgeteilt und die beiden Anteile breiten sich entlang unterschiedlicher Wege aus bevor sie wieder zusammengeführt und zur Interferenz gebracht werden. Allerdings kann man an diesen Interferometern die beiden Teile eines Strahls bzw. eines Photonzustands im Prinzip beliebig weit auseinander bringen, was den Effekt erhöht. Außerdem kann man optische Geräte oder Hindernisse in den Weg einer der Teilstrahlen bringen. In der Schule werden viele der (Gedanken-)Experimente mit Mach-Zehnder- bzw. Michelson-Interferometern unter dem Gesichtspunkt „Ist Welcher-Weg-Information bekannt?“ behandelt, d.h. die Aufgabe der Schüler\*innen besteht darin zu entscheiden, ob man je nach experimentellem Aufbau im Prinzip die Information darüber, welchen Weg ein Photon genommen hat, gewinnen kann oder nicht. In Abhängigkeit davon kann man dann entscheiden, ob ein Interferenzmuster beobachtet werden kann oder nicht.

Beide Interferometer werden für den Fall normaler (d.h., nicht polarisationsabhängiger) Strahlteilern beschrieben. Ein anderer Abschnitt widmet sich dem Mach-Zehnder-Interferometer mit polarisationsabhängigen Strahlteilern. Wir beginnen allerdings mit einer kurzen Beschreibung der mathematischen Darstellung eines Strahlteilers.

## 1 Strahlteiler

Strahlteiler sind die wesentlichen Elemente eines Mach-Zehnder- bzw. Michelson-Interferometers. Es gibt polarisationsabhängige Strahlteiler, bei denen ein einfallender Lichtstrahl in zwei Teilstrahlen mit zueinander orthogonalen Polarisationszuständen aufgespalten wird. Häufiger verwendet man jedoch

nicht polarisationsabhängige Strahlteiler, d.h., der einfallende Strahl wird kohärent in zwei gleichartig polarisierte Teilstrahlen aufgeteilt.

Physikalisch besteht ein Strahlteiler meist aus einer beschichteten Grenzfläche. Die Beschichtung ist gerade so gewählt, dass die Hälfte der Lichtintensität durchgelassen und die andere Hälfte abgelenkt wird. Es gibt auch Strahlteiler mit einer asymmetrischen Aufspaltung, wir beschränken uns hier aber auf die Halbe-Halbe-Strahlteiler.

Wir können die Wirkung eines Strahlteilers durch eine unitäre Matrix beschreiben (unitär, weil zumindest in der Theorie keine Intensität verloren geht, d.h., alle Photonen, die in den Strahlteiler eindringen, kommen auch wieder heraus). Diese Matrix ergibt sich auch direkt aus der Überlegung, wie zwei einfallende Strahlen am Strahlteiler aufgeteilt werden. Diese beiden Vorschriften sind:

$$|1\rangle_i \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_f + i|2\rangle_f) \quad |2\rangle_i \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|2\rangle_f + i|1\rangle_f) \quad (1)$$

Hierbei wurde die in der Streutheorie übliche Konvention verwendet, die einlaufenden ('initial') Zustände durch  $i$  und die auslaufenden ('final') Zustände durch  $f$  zu kennzeichnen. Die (Streu-)Matrix zum Strahlteiler ist dann durch  $S_{ij} = {}_f\langle j|i\rangle_i$  gegeben, also durch die Wahrscheinlichkeitsamplituden zu dem Übergang von einem Anfangszustand  $i$  zu einem Ausgangszustand  $j$  (siehe auch Abb. 1). Die Faktoren  $i$  in Gl. 1 beschreiben eine relative Phasenverschiebung um  $90^\circ$ . Diese Phasenverschiebung tritt immer auf, wenn eine Reflexion an einer einer Grenzschicht stattfindet, bei der der Winkel zwischen einfallender und ausfallender Welle gerade  $90^\circ$  beträgt. Der Faktor  $1/\sqrt{2}$  ergibt sich daraus, dass das Quadrat dieses Faktors nach der Born'schen Regel die Wahrscheinlichkeit angibt, das Photon in dem jeweiligen Sektor zu messen (hier jeweils  $1/2$ ). Für Laserlicht bedeutet er einfach, dass jeder Teilstrahl die Hälfte der Eingangsintensität besitzt.

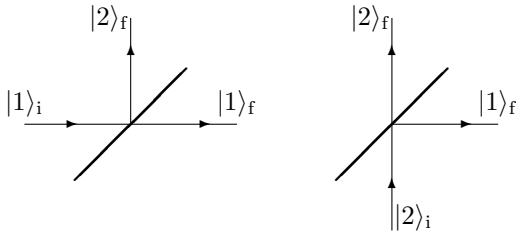


Abbildung 1: Die beiden Strahlengänge in einem Strahlteiler in Abhängigkeit vom Anfangszustand. Ordnet man jeder Reflexion einen Faktor  $i$  zu, erhält man die Matrix in Gl. 2.

Damit erhalten wir die folgende unitäre Matrix, die das Verhalten von Photonen bzw. Licht an einem Halbe-Halbe-Strahlteiler beschreibt:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Man kann noch relative optische Weglängenänderungen (Phasen) vor- bzw. nachschalten. Diese werden durch eine Diagonalmatrix mit reinen Phasen beschrieben. Auf diese Weise erhalten wir eine allgemeine Darstellung für  $S$  in der Form:

$$S(\alpha, \beta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\alpha} & 0 \\ 0 & e^{-i\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\beta} & 0 \\ 0 & e^{-i\beta} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i(\alpha+\beta)} & ie^{i(\beta-\alpha)} \\ ie^{i(\alpha-\beta)} & e^{-i(\alpha+\beta)} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Durch die spezielle Wahl  $\alpha = -\beta = \pi/4$  erhalten wir eine andere Darstellung für einen Strahlteiler, die ebenfalls häufig verwendet wird:

$$S' = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Das Minuszeichen in der Matrix ist wesentlich, da es sich andernfalls nicht um eine unitäre Matrix handeln würde. Dieses Minuszeichen beschreibt letztendlich die relative Phasenverschiebung von  $180^\circ$  zwischen den beiden reflektierten Strahlen. Anders ausgedrückt: Die Summe der relativen Phasen der reflektierten Strahlen ist  $180^\circ$ , die Summe der relativen Phasen der durchgelassenen Strahlen ist  $0^\circ$ . Dieses Minuszeichen ist aber gerade Schüler\*innen kaum einfach zu vermitteln, wohingegen die obige Erklärung einsichtiger ist und auf dasselbe Ergebnis führt.

## 2 Das Mach-Zehnder-Interferometer

Beim Mach-Zehnder-Interferometer trifft ein Lichtstrahl zunächst auf einen Strahlteiler. Ein Teil des Lichtstrahls wird abgelenkt, der andere Teil durchgelassen. Über zwei Spiegel, an denen die Lichtstrahlen um jeweils  $90^\circ$  reflektiert werden, treffen beide Strahlen von verschiedenen Seiten auf einen zweiten Strahlteiler, wo sie wieder zusammengeführt werden. Hinter dem zweiten Strahlteiler kann man die Intensität des Lichts an zwei möglichen Ausgängen messen.

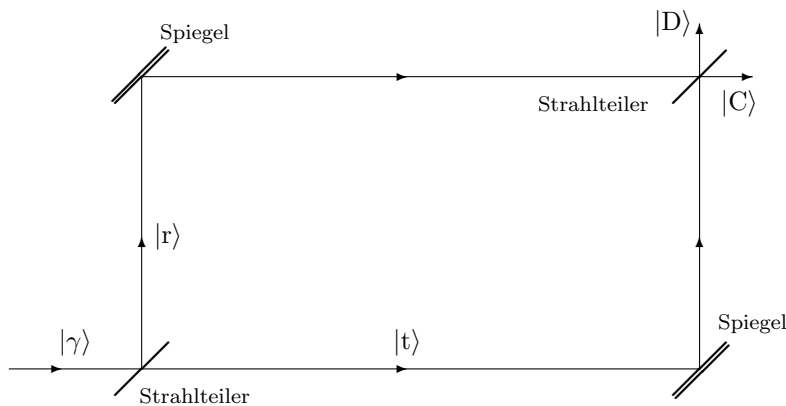


Abbildung 2: Mach-Zehnder-Interferometer. Der Strahl trifft auf einen ersten Strahlteiler. Die beiden Teilstrahlen  $r$  und  $t$  werden von Spiegeln auf einen zweiten Strahlteiler gelenkt, hinter dem es zu konstruktiver bzw. destruktiver Interferenz kommen kann.

Die Interferenz am Ausgang hinter dem zweiten Strahlteiler ergibt sich aus unterschiedlichen optischen Weglängen der zwei Strahlen, die dort zusammentreffen. Meist findet man folgende, sehr vereinfachte Erklärung: Am Ausgang  $D$  treffen zwei Strahlen aufeinander, von denen einer einmal um  $90^\circ$  reflektiert wurde und der andere dreimal. Da jede Reflektion um  $90^\circ$  eine Phasenverschiebung von  $90^\circ$  zur Folge hat ergibt sich zwischen den beiden Strahlen eine relative Phasenverschiebung von  $180^\circ$  und somit destruktive Interferenz. Bei Ausgang  $C$  treffen zwei Strahlen aufeinander, die jeweils einmal reflektiert wurden und somit in Phase sind; es kommt also zu konstruktiver Interferenz.

Im mathematischen Formalismus für Einzelphotonen können wir dies folgendermaßen beschreiben. Ein einfallendes Photon wird durch den Vektor  $|\gamma\rangle$  beschrieben. Am ersten Strahlteiler (ST) wird dieser Zustand in eine Superposition von zwei Zuständen zerlegt: einer dieser Zustände ist der Zustand  $|t\rangle$  (für transmittiert), der andere ist der Zustand des reflektierten Anteils  $|r\rangle$ . Der reflektierte Anteil erhält noch eine Phase von  $90^\circ$ , was durch einen Faktor  $i$  ausgedrückt werden kann. Hinter dem ersten Strahlteiler erhalten wir also folgenden Zustand:

$$|\gamma\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|t\rangle + i|r\rangle). \quad (5)$$

Der Faktor  $1/\sqrt{2}$  ergibt sich daraus, dass das Quadrat dieses Faktors nach der Born'schen Regel die Wahrscheinlichkeit angibt, das Photon in dem jeweiligen Sektor zu messen. Für Laserlicht bedeutet er einfach, dass jeder Teilstrahl die Hälfte der Eingangsintensität besitzt.

Beide Anteile des Strahls werden nun an einem Spiegel reflektiert, erhalten somit einen Faktor  $i$ , der für beide Teile gleich ist. Die beiden Anteile treffen anschließend auf den zweiten Strahlteiler, wobei jeder der beiden Anteile entweder in die Richtung von D oder von C gelenkt werden kann. Dies drücken wir durch die Zustände  $|D\rangle$  bzw.  $|C\rangle$  aus, und je nachdem, ob eine Reflektion stattgefunden hat oder nicht, erhalten wir einen weiteren Faktor  $i$ .

$$|\gamma\rangle \xrightarrow{1. \text{ ST}} \frac{1}{\sqrt{2}}(|t\rangle + i|r\rangle) \xrightarrow{\text{Spiegel}} \frac{i}{\sqrt{2}}(|t\rangle + i|r\rangle) \quad (6)$$

$$\xrightarrow{2. \text{ ST}} \frac{i}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(|D\rangle + i|C\rangle) + \frac{i}{\sqrt{2}}(i|D\rangle + |C\rangle) \right) \quad (7)$$

$$= \frac{i}{2}|D\rangle + \frac{i^2}{2}|C\rangle + \frac{i^3}{2}|D\rangle + \frac{i^2}{2}|C\rangle \quad (8)$$

$$= -|C\rangle \quad (9)$$

Das übliche Interferenzmuster im Sinne von „alternierenden Helligkeitsstreifen“ erhält man hier, wenn man die optische Weglänge eines der beiden Teilstrahlen beispielsweise durch eine Verschiebung des reflektierenden Spiegels ändert. Man erhält so alternierend mal den Ausgang C und mal den Ausgang D als den Ausgang maximaler Helligkeit, wobei der jeweils andere Ausgang dunkel ist.

In der Praxis, beispielsweise bei der Verwendung von sichtbarem Licht, lässt sich die optische Weglänge kaum so ausmessen, dass man die relativen Phasenunterschiede einzig auf die Anzahl der Reflektionen zurückführen kann. Man wird die optische Weglänge eines der Teilstrahlen durch Verschieben der optischen Elemente so anpassen, dass man beispielsweise hinter einem der Ausgänge kein Licht (destruktive Interferenz) und entsprechend hinter dem anderen Ausgänge volle Helligkeit (konstruktive Interferenz) findet.

### 3 Feynman's Summation über alle Wege

Richard Feynman hat eine sehr eingängige Darstellung für die Bestimmung einer Amplitude  $\langle b|a\rangle$  gefunden. Formal kann man schreiben:

$$\langle b|a\rangle = \sum_{\text{Weg } a \rightarrow b} A(\text{Weg}), \quad (10)$$

wobei  $A(\text{Weg})$  eine komplexe Amplitude ist, die sich als Produkt einzelner Beiträge entlang eines Weges schreiben lässt. Summiert wird über alle „Wege“ (Möglichkeiten), unter Einhaltung der physikalischen Gesetze von dem Zustand  $a$  zu dem Zustand  $b$  zu gelangen. Diese Darstellung wollen wir uns am Mach-Zehnder-Interferometer anschauen.

Der Ausgangszustand ist der Zustand  $|\gamma\rangle$  von einem Photon, das am ersten Strahlteiler in das Interferometer trifft. Die möglichen Endzustände sind  $|D\rangle$  und  $|C\rangle$ , bei denen ein Photon in Detektor D bzw. C nachgewiesen wird. Für die beiden Amplituden  $\langle D|\gamma\rangle$  und  $\langle C|\gamma\rangle$  gibt es jeweils zwei Wege:

$$\begin{aligned} \langle D|\gamma\rangle &= |\gamma\rangle \rightarrow \text{ST}_1 \rightarrow |r\rangle \rightarrow \text{Spiegel} \rightarrow |r\rangle \rightarrow \text{ST}_2 \rightarrow |D\rangle \\ &+ |\gamma\rangle \rightarrow \text{ST}_1 \rightarrow |t\rangle \rightarrow \text{Spiegel} \rightarrow |t\rangle \rightarrow \text{ST}_2 \rightarrow |D\rangle \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \langle C|\gamma\rangle &= |\gamma\rangle \rightarrow \text{ST}_1 \rightarrow |r\rangle \rightarrow \text{Spiegel} \rightarrow |r\rangle \rightarrow \text{ST}_2 \rightarrow |C\rangle \\ &+ |\gamma\rangle \rightarrow \text{ST}_1 \rightarrow |t\rangle \rightarrow \text{Spiegel} \rightarrow |t\rangle \rightarrow \text{ST}_2 \rightarrow |C\rangle. \end{aligned} \quad (12)$$

Zur Berechnung der Phase verwenden wir folgende Regeln:

- Propagation entlang einer geraden Strecke:  $A = 1$ .  
Dies ist nicht ganz korrekt, eigentlich müsste man hier als reine Phase die optische Weglänge

nehmen. Da wir nur an relativen Phasenunterschieden interessiert sind können wir diesen Beitrag unberücksichtigt lassen.

- Für jede Reflektion um einen Winkel  $\alpha$  erhalten wir eine Phase  $A = e^{i\alpha}$ . Für Reflektionen um  $90^\circ$  ist dies ein Faktor  $i$ .
- Für jede Verzweigung (z.B. in einem Strahlteiler) erhalten wir einen Faktor  $A = 1/\sqrt{2}$  (das Quadrat dieses Faktors ist gleich der Wahrscheinlichkeit, in eine der beiden Richtungen abgelenkt zu werden).

Damit können wir die Phasen für die obigen Wege ausrechnen:

$$\langle D|\gamma\rangle = \left(\frac{i}{\sqrt{2}}\right)(i)\left(\frac{i}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(i)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{i}{2} + \frac{i}{2} = 0 \quad (13)$$

$$\langle C|\gamma\rangle = \left(\frac{i}{\sqrt{2}}\right)(i)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(i)\left(\frac{i}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1. \quad (14)$$

Wir finden diese Faktoren auch in den Gleichungen 7 und 8 wieder.

Feynmans Darstellung einer Amplitude als Summe über Beiträge von Wegen ist oft ganz hilfreich, um sich die möglichen Wege vor Augen zu halten. In einer Kontinuumstheorie wird aus der Summation über Wege ein sogenanntes Funktionalintegral. Die Idee hinter dieser Darstellung beruht auf folgender Überlegung: Ein physikalischer Prozess wird in der Quantentheorie durch den sogenannten Zeitentwicklungsoperator  $\exp\left(\frac{i}{\hbar}Ht\right)$  (oder, wie beispielsweise beim Mach-Zehnder-Interferometer, durch einen äquivalenten unitären Operator) beschrieben. Diesen unitären Operator kann man als Produkt von Operatoren zu einzelnen Abschnitten der Wege (oder sehr kurzen Zeitabschnitten) schreiben. Die Matrixmultiplikation entspricht aber einer „Summation über alle Wege im Indexraum“. Um das zu verdeutlichen, betrachten wir der Einfachheit halber das Produkt von drei Matrizen  $A$ ,  $B$  und  $C$ , wobei wir die Bra-Ket-Notation von Dirac verwenden:

$$\langle m|(CBA)|n\rangle = \sum_{kl} \langle m|C|l\rangle \langle l|B|k\rangle \langle k|A|n\rangle \quad (15)$$

Für einen festen Wert von  $n$  und  $m$  (Anfangs- und Endzustand) erhalten wir somit eine Darstellung des gesamten Matrixelements als Summe über alle Wege (summiert wird über alle  $k$  und  $l$ )  $n \rightarrow k \rightarrow l \rightarrow m$  und zu jedem Teilprozess eines dieser Wege erhalten wir als „Amplitude“ das entsprechende Element der zugehörigen unitären Matrix. Die Wahrscheinlichkeit für einen Übergang  $n \rightarrow m$  bei dem Prozess  $CBA$  ist dann das Quadrat dieser Amplitude.

Beim Mach-Zehnder-Interferometer multiplizieren wir drei Matrizen: Die erste Matrix beschreibt den ersten Strahlteiler, die zweite Matrix die Reflektion an einem Spiegel (dies ergibt im Wesentlichen nur einen Faktor  $i$ ) und die dritte Matrix den zweiten Strahlteiler.

## 4 Das Michelson-Interferometer

Beim Michelson-Interferometer trifft ein einfallender Strahl bzw. der Zustand eines einfallenden Photons auf einen Strahlteiler und wird dort in zwei Anteile aufgespalten, die sich entlang unterschiedlicher Wege ausbreiten. Beide Teilstrahlen werden an Spiegel totalreflektiert und laufen wieder zurück. Sie treffen schließlich wieder auf den Strahlteiler, wo sie zusammengeführt werden und interferieren können (siehe Abb. 1).

Beim Michelson-Interferometer erhält man zunächst nur einen Ausgang, hinter dem man die Interferenz nachweisen kann. Das ist insofern kein Informationsverlust, da der zweite Ausgang ohnehin nur die am ersten Ausgang fehlende Intensität (zur einlaufenden Gesamtintensität) aufzeigt.

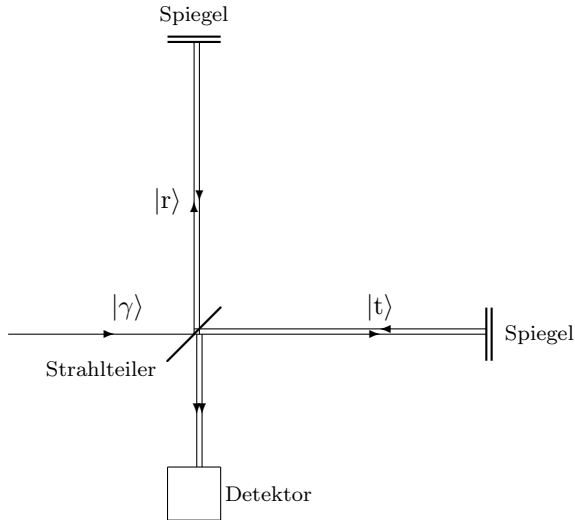


Abbildung 3: Michelson-Interferometer. Nachdem der Strahl von einem Strahlteiler geteilt wurde, treffen die beiden Strahlteile auf Spiegel, die sie auf den Strahlteiler zurücklenken. Hinter dem Strahlteiler kann man mit einem Detektor die Lichtintensität messen. Durch winzige Variationen in den optischen Weglängen kann man Interferenzen beobachten.

Der zweite Ausgang zeigt wieder zurück zum einfallenden Licht und sollte daher nicht mit Detektoren zugebaut werden. Es gibt aber unterschiedliche Varianten dieses Aufbaus, bei denen auch hinter dem zweiten Ausgang Detektoren stehen können.

## 5 Das „Knallerexperiment“

Das sogenannte „Knallerexperiment“ geht auf eine Arbeit von Avshalom Elitzur und Lev Vaidman aus dem Jahr 1993 mit dem Titel “Quantum mechanical interaction-free measurements” zurück [1]. Sie beschreiben darin die Möglichkeit, eine Superbombe auf ihre Funktionsfähigkeit zu testen, ohne diese Bombe zur Explosion bringen zu müssen. Für schulische Zwecke wurde aus der Superbombe ein „Knaller“.

Hier ist allerdings zu erwähnen, dass die Ideen von Elitzur und Vaidman nicht neu waren, sie haben sie lediglich in einen „werbewirksamen“ Rahmen gepackt. Schon 1960 hat Mauritius Renninger in einem Artikel „Messung ohne Störung des Messobjekts“ auf diese Möglichkeit in der Quantentheorie aufmerksam gemacht [2]. Und schon 1934 schreibt Schrödinger in einem Artikel: *Übrigens ist es auch an sich nichts weniger als einleuchtend, daß das Meßinstrument ohne Wechselwirkung keine Aussage über das Objekt machen kann. Eine Zielscheibe, die nicht getroffen wird, schließt zumindest gewisse Flugbahnen des Projektils aus. Und wenn die Scheibe den Schützen als Hohlkugel umgibt, die bloß ein kleines Loch hat, so gibt sie, ungetroffen, sehr genauen Aufschluß über die Flugbahn* [3]. Damit ist die wesentliche Idee des Artikels von Elitzur und Vaidman schon vorweggenommen.

Elitzur und Vaidman beschreiben folgende Situation: Gegeben ist ein großes Lager von Superbomben, die einen sehr empfindlichen Auslöser haben. Sobald ein Photon auf diesen Auslöser trifft und seine Energie überträgt, explodiert die Bombe. Andererseits hat man festgestellt, dass bei manchen Bomben die Auslöser fehlen und bei diesen Bomben ein Photon, das normalerweise auf einen Auslöser treffen würde, einfach hindurchgeht und an einer Seite wieder austritt. Ein normaler Test, bei dem nachgeschaut wird, ob ein Auslöser vorhanden ist, würde die intakten Bomben explodieren lassen. Man möchte jedoch möglichst viele intakte Bomben behalten können.

Elitzur und Vaidman schlagen nun vor, ein Mach-Zehnder-Interferometer zum Test der Bomben zu verwenden. Die Bomben werden so in den Strahlengang gelegt, dass der Auslöser, sofern vorhanden, ein Hindernis darstellt und, wenn er von einem Photon getroffen wird, die Bombe ausgelöst wird. Bei Bomben, die defekt sind und bei denen kein Auslöser vorhanden ist, ist der Strahlengang

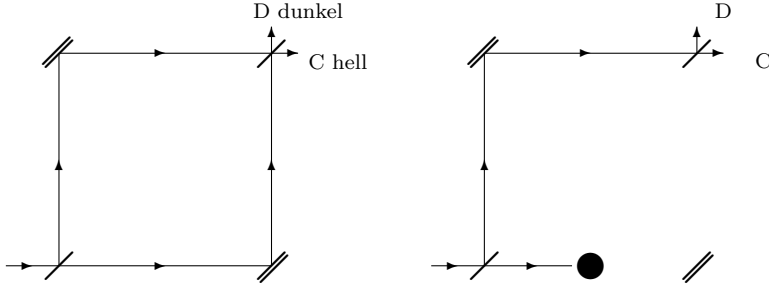


Abbildung 4: Mach-Zehnder Interferometer ohne und mit Hindernis in einem Strahlengang. Ohne Hindernis sollte der Detektor bei D nie ansprechen, mit Hindernis in rund einem Viertel der Fälle.

frei und ein Photon könnte ungehindert durch den fehlenden Auslöser hindurchtreten.

Falls die Bomben defekt sind, handelt es sich bei dem Aufbau um ein normales Mach-Zehnder-Interferometer. Wenn die optischen Weglängen entsprechend eingestellt sind, sollten Photonen letztendlich nur in Detektor C nachgewiesen werden. Man könnte entweder eine ausreichende Anzahl von Photonen durch die Anordnung treten lassen und feststellen, dass immer nur Detektor C anspricht. Man kann aber auch das Photon hinter dem Ausgang C durch entsprechende Spiegel wieder in das Mach-Zehnder-Interferometer leiten und würde feststellen, dass ein Photon „immer im Kreis läuft“. Dies wäre das Zeichen für eine defekte Bombe.

Bei einer intakten Bombe befindet sich ein Hindernis in einem Strahlengang. In rund der Hälfte der Fälle wird ein Photon auf die Bombe treffen und diese auslösen. In der anderen Hälfte der Fälle kann man sich vorstellen, dass das Photon den anderen Strahlengang nimmt und dort hinter dem zweiten Strahlteiler entweder in Detektor C oder Detektor D abgelenkt wird. Landet das Photon in Detektor D weiß man, dass ein Hindernis vorhanden ist, und damit ist auch bekannt, dass die Bombe intakt ist. Da das Photon aber im Detektor nachgewiesen wurde, ist es nicht auf das Hindernis getroffen, es hat keine Wechselwirkung mit dem Hindernis stattgefunden und die Bombe bleibt intakt. Dies ist bei einer intakten Bombe in rund einem Viertel der Fälle der Fall. Schließlich kann das Photon auch in Detektor C landen (ebenfalls ein Viertel der Fälle); in diesem Fall erhält man keine Information über die Bombe. Ein solches Photon kann nochmals in das Mach-Zehnder-Interferometer gelenkt werden, wieder wird in der Hälfte der Fälle die Bombe ausgelöst und in jeweils einem Viertel der Fälle landet das Photon in Detektor D (damit ist bekannt, dass die Bombe intakt ist) oder in Detektor C (keine Information). Auf diese Weise kann man letztendlich rund ein Drittel aller intakten Bomben als intakt erkennen und retten, wohingegen rund zwei Drittel aller intakten Bomben explodieren.

Wir können auch in diesem Fall zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten die Feynman'sche Summe über alle Möglichkeiten nutzen. Bei einer intakten Bombe gibt es neben den Möglichkeiten, dass ein Photon in Detektor D oder C landet noch die Möglichkeit, auf die Bombe zu treffen und diese auszulösen. Dies geschieht mit Wahrscheinlichkeit 1 für einen Weg, der das Photon auf die Bombe leitet. Zu den Amplituden für die Detektoren trägt nun jeweils nur ein Weg bei:

$$\begin{aligned}
 \langle D|\gamma\rangle &= |\gamma\rangle \rightarrow \text{ST} \rightarrow |r\rangle \rightarrow \text{Spiegel} \rightarrow |r\rangle \rightarrow \text{ST} \rightarrow |D\rangle \\
 &= \left(\frac{i}{\sqrt{2}}\right)(i)\left(\frac{i}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{i}{2}
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 \langle C|\gamma\rangle &= |\gamma\rangle \rightarrow \text{ST} \rightarrow |r\rangle \rightarrow \text{Spiegel} \rightarrow |r\rangle \rightarrow \text{ST} \rightarrow |C\rangle \\
 &= \left(\frac{i}{\sqrt{2}}\right)(i)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{1}{2}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
 \langle \text{Bombe explodiert}|\gamma\rangle &= |\gamma\rangle \rightarrow \text{ST} \rightarrow |t\rangle \rightarrow \text{Bombe} \\
 &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right).
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Das Absolutquadrat dieser Amplituden ergibt die Wahrscheinlichkeiten. Damit erhalten wir für die beiden Wahrscheinlichkeiten, dass ein Photon in einem der Detektoren landet, jeweils  $1/4$ , wohingegen die Wahrscheinlichkeit auf die Bombe zu treffen und diese auszulösen gleich  $1/2$  ist.

Für die experimentelle Realisation verwendet man meist ein Michelson-Interferometer (Abb. 5). Die Bombe kann durch einen Spiegel ersetzt werden, der in den Strahlengang geschoben wird und ein Photon, das eigentlich eine intakte Bombe auslösen würde, auf einen Detektor lenkt.

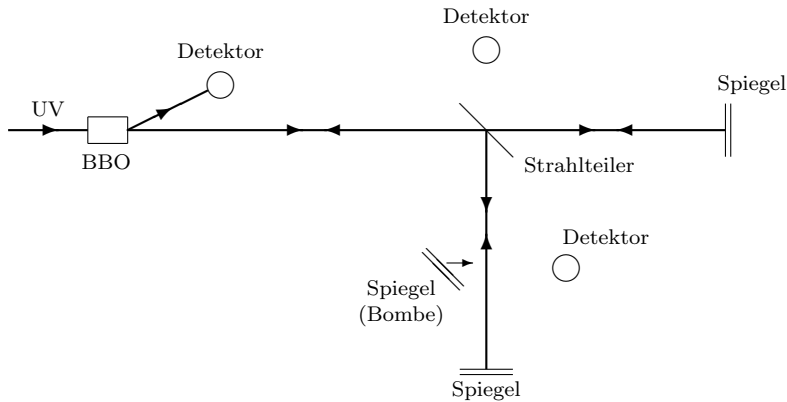


Abbildung 5: Experimentelle Realisierung des „Knallerexperiments“ in einem Michelson-Interferometer. In einem BBO-Kristall werden zwei Photonen erzeugt, von denen eines nachgewiesen wird. Dadurch ist bekannt, dass sich ein zweites Photon in der experimentellen Anordnung befindet. Der bewegliche Spiegel („Bombe“) kann nach rechts in den Strahlengang geschoben werden und lenkt das Photon auf den Detektor. Der obere Detektor (dunkel) sollte nur Ereignisse anzeigen, bei denen ein Hindernis im zweiten Strahlengang vorhanden ist. Der untere Detektor zeigt an, ob das Hindernis getroffen wurde.

## Literatur

- [1] Elitzur, A.C., Vaidman, L.; *Quantum mechanical interaction-free measurements*, Found. of Phys. **23** (1993) 987.
- [2] Renninger, M.; *Messung ohne Störung des Meßobjekts*; Z. Physik 158 (1960) 417.
- [3] Schrödinger, E.; *Über die Unanwendbarkeit der Geometrie im Kleinen*; Die Naturwissenschaften 31 (1934) 518–520.