

# Philosophischer Hintergrund der SRT

Thomas Filk; Universität Freiburg

Betrachtet man vor dem Hintergrund der speziellen Relativitätstheorie das Modell von Lorentz, so wirkt die mechanische Kontraktion physikalischer Systeme und die zeitliche Verzögerung physikalischer Prozesse bei einer Bewegung relativ zum Äther eher befremdlich. Insbesondere der material-unabhängige, universelle Verkürzungsfaktor  $\sqrt{1 - (v/c)^2}$  erscheint auf den ersten Blick willkürlich. Man gewinnt den Eindruck, als ob eine entsprechende universelle Wechselwirkung zwischen Materie und Äther, die diesen Verkürzungsfaktor erklärt, nur in einem sehr komplizierten und unnatürlichen Modell beschrieben werden kann.

Dies ist jedoch nicht der Fall. Im Gegenteil, die Maxwell-Theorie oder auch unser heutiges Standardmodell sind ebenfalls in der Lage, diesen Verkürzungsfaktor zu erklären. Der Unterschied zwischen der speziellen Relativitätstheorie im Sinne von Einstein und der Lorentz'schen Theorie (Äther, Verkürzungsfaktor, etc.) erweist sich nur als eine Frage der Interpretation. Der mathematische Formalismus ist derselbe und kein Experiment kann zwischen den beiden Interpretationen unterscheiden. Die heute verbreitete Interpretation, nach der die Effekte der speziellen Relativitätstheorie als Folgerung der Geometrie der Minkowski-Raumzeit gedeutet werden, hat den Vorteil, keine unbeobachtbaren Elemente - die Entität des Äthers oder ein ausgezeichnetes Ruhesystem - zu enthalten. Man spricht in diesem Zusammenhang auch gerne von Ockhams Rasiermesser (Ockham's Razor): Hierbei handelt es sich um ein nach Wilhelm von Ockham (1288-1347) benanntes Prinzip der Wissenschaftstheorie, wonach ein Erklärungsmodell möglichst einfach sein sollte, bzw. zwischen zwei Modellen dasjenige den Vorzug hat, das mit weniger Variablen auskommt.

Andererseits ist es oft von Vorteil, möglichst viele gleichberechtigte Perspektiven auf einen Sachverhalt zu haben, und es gibt durchaus Situationen, in denen die Lorentz'sche Interpretation der Relativitätstheorie eine intuitivere Vorstellung vermittelt als die Einstein'sche. Daher beginnt dieser Abschnitt mit einer Beschreibung dieser Sichtweise.

## 1 Eine Kette gekoppelter Pendel

Wir betrachten zunächst ein einfaches mechanisches Modell, in dem die Längenmaßstäbe eine Lorentz-Kontraktion erfahren, wenn sie sich mit einer Geschwindigkeit  $v$  relativ zu dem absolut ruhenden Bezugssystem bewegen. Auch die anderen bekannten Beziehungen aus der speziellen Relativitätstheorie wie beispielsweise die Zeitdilatation werden in diesem Modell wiedergegeben.

Als physikalisches Modell stelle man sich eine Kette harmonisch gekoppelter Pendel in einem konstanten Gravitationsfeld vor. Die Pendel seien mit einem Index  $i$  durchnummeriert, wobei wir zunächst  $i$  die ganzen Zahlen durchlaufen lassen. Der Freiheitsgrad des  $i$ -ten Pendels ist der Winkel  $\varphi_i$  relativ zur herabhängenden Ruhelage. Die Wirkung dieses Modells lautet:

$$S = \frac{1}{2} \int dt \sum_i \left[ \left( \frac{\partial \varphi_i(t)}{\partial t} \right)^2 - D [\varphi_{i+1}(t) - \varphi_i(t)]^2 + 2g \cos \varphi_i(t) \right],$$

und die zugehörige Bewegungsgleichung des  $i$ -ten Pendels ist:

$$\frac{\partial^2 \varphi_i(t)}{\partial t^2} - D[\varphi_{i+1}(t) - 2\varphi_i(t) + \varphi_{i-1}(t)] + g \sin \varphi_i = 0. \quad (1)$$

Suchen wir nach Lösungen, bei denen sich die Winkel benachbarter Pendel nicht wesentlich unterscheiden, muss  $g \ll D$  gelten. In diesem Fall können wir das diskrete Modell durch ein kontinuierliches

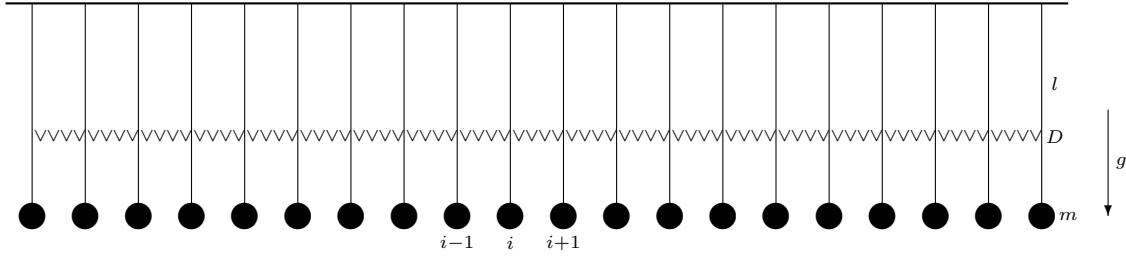


Abbildung 1: Eine Kette harmonisch gekoppelter Pendel im Schwerfeld der Erde. Die Pendel können senkrecht zur Darstellungsebene schwingen. Ihr Freiheitsgrad ist der Auslenkungswinkel relativ zur Senkrechten. Die Pendelkugeln haben eine Masse  $m$ , die harmonische Feder zwischen den Pendeln die Federkonstante  $D$ . Die Länge der Pendel sei  $l$  und  $g$  sei die Schwerebeschleunigung der Erde.

feldtheoretisches Modell mit der Wirkung

$$S = \frac{1}{2} \int dt dx \left[ \left( \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial t} \right)^2 - \left( \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial x} \right)^2 + g \cos \varphi(x,t) \right]$$

und den Feldgleichungen

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + g \sin \varphi = 0 \quad (2)$$

approximieren. Hier wurde  $D = 1$  gesetzt und der kontinuierliche Parameter  $x$ , der den Ort entlang der Aufhängung bezeichnet, ersetzt die Nummerierung der Pendel. Die folgenden Überlegungen gehen immer von diesem kontinuierlichen Modell aus. Die Kennzeichnung der Raum-Zeit-Punkte  $(x,t)$  bezieht sich jedoch auf eine feste, Newton'sche Hintergrundraumzeit. Daher ist es auch ganz instruktiv, sich die Kette gekoppelter Pendel vorzustellen, da in diesem Fall der klare – Newton'sche – Charakter von „Raum“ und „Zeit“ deutlicher wird.

Wir wissen, dass die Kontinuumsfeldgleichung (2) invariant unter Lorentz-Transformationen ist. Eine solche Feststellung ist zunächst keine Aussage über die zugrundeliegende Raum-Zeit-Struktur, sondern bezeichnet eine Eigenschaft der Lösungsmenge der Gleichungen: Wenn  $\varphi_0(x,t)$  eine Lösung der Gleichung (2) ist, dann ist auch

$$\varphi_v(x,t) = \varphi_0(\gamma(v)(x - vt), \gamma(v)(t - vx)) \quad \text{mit} \quad \gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} \quad (3)$$

eine Lösung dieser Gleichung für beliebiges  $-1 < v < 1$ . Solange  $g \ll 1$ , bzw. der Wert für  $v$  so eingeschränkt wird, daß auch  $g\gamma(v) \ll 1$  (in unserer Normierung ist  $c = 1$ ), werden die Lösungen der diskretisierten Gleichung (1) durch die Lösungen der Kontinuumsgleichung angenähert. Im Rahmen dieser Näherung werden die diskretisierten Lösungen daher auch dieselbe Invarianzeigenschaft (3) zeigen.

Da wir untersuchen wollen, wie sich Längenmaßstäbe und Uhren verhalten, wenn man sie gegen das Ruhesystem bewegt, müssen wir zunächst intrinsische „Lineale“ und „Uhren“ definieren. Dazu benutzen wir die besonderen Lösungen der Sinus-Gordon-Gleichung: die Soliton-Lösung und die Lösung zu gebundenen Zuständen von zwei Solitonen – die Breather-Lösungen. Die genaue Form der Lösungen spielt für das Folgende keine Rolle, wird aber (um wirklich explizit zu sein) angegeben. Wie wir sehen werden, ist nur die oben erwähnte Invarianz der Lösungsmenge von Bedeutung.

Die Soliton-Lösung entspricht einer Konfiguration, bei der sich die Pendel in der Nähe eines Punktes einmal um ihre Aufhängung herumwinden, sich anderenfalls aber im Wesentlichen in der senkrecht herabhängenden Ruhelage befinden (siehe Abb. 2). Diese Lösung ist stabil. Die statische

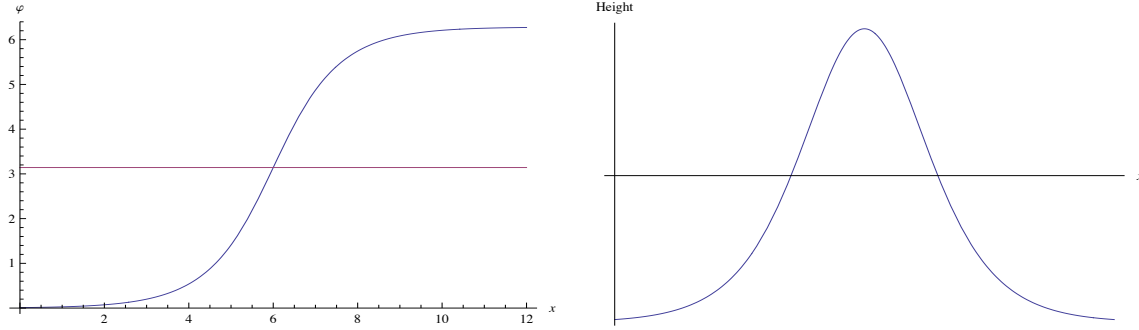


Abbildung 2: Die Soliton-Lösung: (oben links) Der Auslenkungswinkel  $\varphi$  als Funktion der Koordinate  $x$  entlang der Aufhängung, (oben rechts) die Seitenansicht.

Lösung des Kontinuumsmodells ist durch

$$\varphi_0(x) = 4 \tan^{-1}(\exp \pm \sqrt{g}(x - x_0)) \quad (4)$$

gegeben, wobei die Integrationskonstante  $x_0$  die Position des Solitons angibt, d.h. den Punkt, bei dem  $\varphi = \pi$ . Das + Zeichen in (4) entspricht einer Lösung, für die  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) \rightarrow 0$  und  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) \rightarrow 2\pi$ . Das - Zeichen beschreibt eine sogenannte Anti-Soliton-Lösung mit  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) \rightarrow 2\pi$  und  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) \rightarrow 0$ . In beiden Fällen nähern sich die Lösungen ihrem asymptotischen Wert für große  $|x - x_0|$  exponentiell. Die Reichweite der Lösung entspricht dabei

$$\Delta L = 1/\sqrt{g}. \quad (5)$$

Diese Größe ist ein Maß für die halbe Breite des Solitons und soll uns als Längenskala dienen.

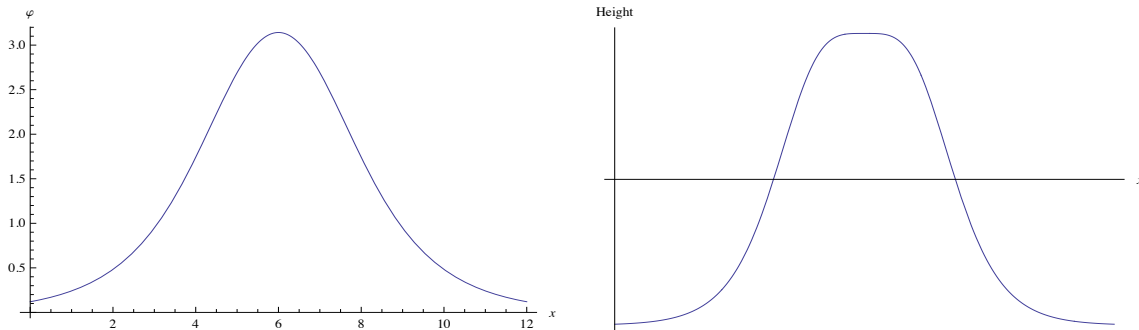


Abbildung 3: Die Breather-Lösung: (oben links) Der Auslenkungswinkel  $\varphi$  als Funktion der Koordinate  $x$  entlang der Aufhängung im Augenblick maximaler Auslenkung, (oben rechts) die Seitenansicht.

Die Sinus-Gordon Theorie besitzt ebenfalls Lösungen, die gebundenen Zuständen eines Solitons und eines Anti-Solitons entsprechen, die sogenannten Breather-Lösungen (vgl. [1]; Darstellung in Abb. 3):

$$\varphi_0(x,t) = -4 \tan^{-1} \left[ \frac{m}{\sqrt{1-m^2}} \frac{\sin \sqrt{g(1-m^2)}(t-t_0)}{\cosh m\sqrt{g}(x-x_0)} \right]. \quad (6)$$

Der Parameter  $m$  muss der Bedingung  $0 < m^2 < 1$  genügen, ist ansonsten aber beliebig. Die Schwingungsperiode ist

$$\Delta T = \frac{2\pi}{\sqrt{g(1-m^2)}}. \quad (7)$$

Diese Lösung ist metastabil. Es handelt sich um einen gebundenen Zustand zwischen einem Teilchen und seinem Antiteilchen, und kleine Störungen lassen dieses System in „Photonen“ zerfallen, d.h. einfache Schwingungen der Pendelkette. Der freie Parameter  $m$  hängt mit der Bindungsenergie zusammen und legt sowohl die Amplitude als auch die Periode fest. Zur Festlegung einer Zeitskala muss daher ein spezieller Wert für  $m$  gewählt werden. Eine mögliche Wahl wäre, dass  $\varphi$  zwischen  $-\pi$  und  $+\pi$  variiert, d.h.  $m^2 = 1/2$  oder  $\Delta T = \sqrt{8\pi^2/g}$ . (Dieser Wert für  $m$  wurde in Abb. 3 gewählt.)

Wir wollen nun untersuchen, wie sich die so definierten Längen- und Zeitmaßstäbe transformieren, wenn man sie relativ zum „Äther“, d.h. dem durch die Pendel definierten Ruhesystem, bewegt. Wir betrachten zunächst ein Soliton mit einer Geschwindigkeit  $v$ . Diese Lösung erhalten wir aus der statischen Lösung nach Gleichung (3). Auch die Breite des propagierenden Solitons lässt sich daraus ablesen.

Die statische Lösung  $\varphi_0(x)$  habe ihr Zentrum bei  $x = 0$ . Dann bestimmt die Bedingung

$$\varphi_0(\pm\Delta L) = \pi \pm \alpha$$

einen Wert für  $\alpha$ , bei dem wir die Breite von  $\varphi_0$  messen. Für die propagierende Lösung

$$\varphi_v(x,t) = \varphi_0(\gamma(v)(x - vt)) ,$$

bewegt sich das Zentrum  $x_0(t)$  nach der Gleichung  $x_0(t) = vt$ . Die Breite dieser Lösung ist gleich dem Wert  $\Delta L_v$ , der der Bedingung

$$\varphi_v(x_0(t) \pm \Delta L_v, t) = \pi \pm \alpha$$

genügt. Dies ist offensichtlich der Fall für

$$\gamma(v) \Delta L_v = \Delta L \quad \text{oder} \quad \Delta L_v = \sqrt{1 - v^2} \Delta L . \quad (8)$$

Die Breite der propagierenden Lösung ist daher um einen Faktor  $1/\gamma(v)$  kontrahiert. Diese „Lorentz-Kontraktion“ kann von einem außenstehenden Beobachter, der sieht, wie sich die Solitonen entlang der Pendelkette ausbreiten, tatsächlich wahrgenommen werden.

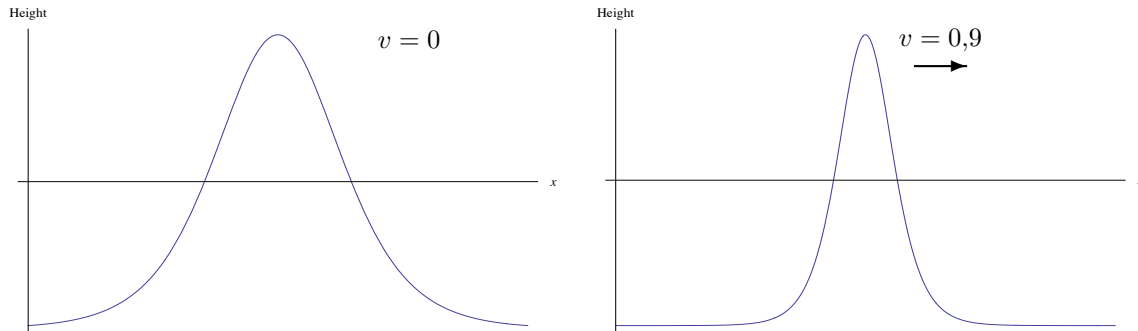


Abbildung 4: Die Soliton-Lösung in Bewegung: (links) Die ruhende Soliton-Lösung aus Abb. 2, (rechts) die zugehörige transformierte Lösung zu einer Geschwindigkeit  $v = 0,9$ .

Auch die Dilatation der Schwingungsperiode des gebundenen Zustands lässt sich leicht herleiten. In Ruhe gilt für die Breather-Lösung:

$$\varphi_0^b(x,t) = \varphi_0^b(x,t + \Delta T) .$$

Die zugehörige propagierende Lösung erfüllt

$$\varphi_v^b(x,t) = \varphi_0^b(x + v\Delta T_v, t + \Delta T_v) .$$

Da

$$\varphi_v^b(x,t) = \varphi_0^b(\gamma(v)(x-vt), \gamma(v)(t-vx))$$

erhalten wir

$$\gamma(v)(t + \Delta T_v - v(x + v\Delta T_v)) = \gamma(v)(t - vx) + \gamma(v)(1 - v^2) \Delta T_v$$

und somit:

$$\Delta T = \gamma(v)(1 - v^2) \Delta T_v \quad \text{oder} \quad \Delta T_v = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} \Delta T. \quad (9)$$

Die Schwingungsdauer eines sich bewegenden gebundenen Zustands ist also tatsächlich um einen Faktor  $\gamma(v)$  im Vergleich zum ruhenden Zustand verlängert.

Solitonen und gebundene Zustände von Solitonen können an einem festen Ende der Kette ohne Energieverlust reflektiert werden. Durch eine solche experimentelle Anordnung kann man das „Zwillingsparadoxon“ aufzeigen (vgl. Abschnitt 8): Ein gebundener Zustand, der sich entlang der Kette bewegt und nach einer Reflektion am Ende der Kette zurückkehrt, hat weniger Schwingungen ausgeführt, als ein ruhender gebundener Zustand. Offensichtlich kann dieser Effekt nicht der „Beschleunigung“ am Ende der Kette zugeschrieben werden.

## 2 Von der Ätherhypothese zur Relativitätstheorie

Zunächst hat es vielleicht den Anschein, als ob das oben diskutierte Modell der harmonisch gekoppelten Pendel sehr speziell sei. Hinsichtlich der Existenz von Soliton- und Breather-Lösung mag das richtig sein, nicht aber hinsichtlich der Tatsache, dass dieses Modell den richtigen Verkürzungsfaktor und die richtige Zeitdilatation liefert. Das einzige, was wir zur Herleitung dieser Faktoren benutzt haben, ist die Lorentz-Invarianz der Feldgleichungen. *Jede Lorentz-invariante Feldgleichung hat somit die Eigenschaft, dass ihre Lösungen, die eine Längen- oder Zeitskala definieren, sich genau so transformieren, dass die bewegten Maßstäbe bzw. Uhren mit dem Lorentz'schen Verkürzungs- bzw. Dilatationsfaktor multipliziert werden.*

Inbesondere haben auch die Maxwell-Gleichungen diese Eigenschaft. Genau das hatte Lorentz gezeigt, wobei er allerdings noch die falschen Transformationsgesetze für die Ladungen und Ströme verwendet hatte. Diesen Fehler hat Poincaré korrigiert. Unter der Annahme, dass auf atomarer Ebene die Materie, und damit auch Längenmaßstäbe, durch die elektromagnetische Wechselwirkung zusammengehalten wird, war daher die Lorentz-Kontraktion nicht nur plausibel sondern sogar eine Folgerung aus den Maxwell-Gleichungen.

Vor diesem Hintergrund können wir auch den Übergang von der Lorentz'schen Sichtweise zur Einstein'schen Sichtweise und der speziellen Relativitätstheorie leichter nachvollziehen. Aus der Lorentz-Invarianz der fundamentalen Gleichungen folgen ja nicht nur die Lorentz-Kontraktion und die Zeitdilatation, sondern sämtliche Phänomene, die sich im Rahmen der speziellen Relativitätstheorie erklären lassen.

Oftmals wird behauptet, der Übergang zur Sichtweise der speziellen Relativitätstheorie bestünde in einer Neuinterpretation von „Raum“ und „Zeit“. Doch über Raum und Zeit als abstrakte Entitäten können wir eigentlich nichts sagen. In der Physik interessieren wir uns nur für räumliche und zeitliche *Distanzen*, und diese Distanzen messen wir mit physikalischen Instrumenten – Längenmaßstäben und Uhren –, die selbst den physikalischen Gesetzen unterliegen.

Bisher bezog sich das Symbol  $x$  auf eine Koordinate im Ruhesystem des Äthers – im obigen Modell war dies das Ruhesystem der Pendelaufhängung. Dies entspricht dem „Lineal“ eines externen Beobachters, der außerhalb unserer Welt steht und alles mit seinen Maßstäben ausmessen kann –

wie wir bei den gekoppelten Pendeln. Entsprechend bezog sich auch das Symbol  $t$  auf die Uhr eines externen Beobachters. Wir als externe Beobachter können die Längenkontraktion der Solitonen nachweisen, indem wir einfach ein „externes“ Lineal neben das Soliton halten. Ebenso können wir den propagierenden gebundenen Zustand beobachten und die Dilatation in der Schwingungsperiode mit unserer externen Uhr vergleichen. Für uns als externe Beobachter sind Raum (gemessen entlang der Pendelkette) und Zeit absolut.  $c = 1$  (die Geschwindigkeit von Wellen bzw. kleinen Störungen entlang der Kette) ist für uns keine obere Grenzgeschwindigkeit, und wenn wir uns entlang der Kette bewegen, ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Störung entlang der Kette (das entspricht der Ausbreitung des Lichts) in unserem System für die Vorwärts- und Rückwärtsrichtung verschieden: Das Ruhesystem der Pendelkette ist ein ausgezeichnetes System.

Stellen wir uns nun jedoch (1+1)-dimensionale Wesen vor, die in dieser „Soliton-Welt“ leben. Ihnen stehen nur die Solitonen bzw. andere Lösungen ihrer „universellen Bewegungsgleichungen“ als Längen- und Zeitmaßstäbe zur Verfügung. Sie werden daher die Breite eines Solitons und die Schwingungsdauer der Breather-Lösung als Längen- und Zeitmaßstab zur Beschreibung der physikalischen Phänomene benutzen. Doch wenn sie ein bewegtes Soliton mit der Breite eines anderen bewegten Solitons vergleichen, „messen“ sie keine Verkürzung, entsprechend messen sie auch mit bewegten Breather-Lösungen keine Veränderungen in der Zeitskala eines entsprechend bewegten Systems. Erst wenn sie die Breite oder Zeitskalen von bewegten Systemen mit denen von anders bewegten oder ruhenden Systemen vergleichen, messen sie Unterschiede.

Der Übergang zur Minkowski-Welt erfolgt gerade dadurch, dass die externen Längen- und Zeitmaßstäbe durch interne Längen- und Zeitmaßstäbe, die denselben physikalischen Gesetzen unterliegen, ersetzt werden. Es ist der Übergang von einer externen zu einer internen Perspektive. Die zugrundeliegende diskrete Struktur und damit das ausgezeichnete Ruhesystem (der „Äther“) zeigen sich erst, wenn  $v$  so groß wird, dass die Breite der Solitonen mit der Größenordnung des Pendelabstands (bzw. der Gitterstruktur) vergleichbar wird. Ist die fundamentale Theorie eine Kontinuumstheorie, so tritt der „Äther“ für einen internen Beobachter überhaupt nicht in Erscheinung.

Wenn wir von der Lorentz-Invarianz bzw. allgemeiner Poincaré-Invarianz der Raum-Zeit sprechen, sollten wir eigentlich zwei Schritte bzw. Aspekte unterscheiden. Wir haben oben die Invarianzeigenschaft der Bewegungsgleichungen als eine Eigenschaft der Lösungsmenge dieser Gleichungen interpretiert: Mit jeder Lösung  $\varphi(x)$  ist auch  $\varphi^{(\Lambda,a)}(x) = \varphi(\Lambda x - a)$  eine Lösung der Bewegungsgleichung. Gibt es nun ausgezeichnete Lösungen, die Längenmaßstäbe oder Uhren definieren, so bedeutet diese Invarianz, dass bewegte Längenmaßstäbe kürzer, bewegte Uhren langsamer erscheinen. Dies gilt zunächst bezüglich der festen „Hintergrunds-Raum-Zeit“. Diesen Schritt hatte auch Lorentz erkannt. Der wesentliche zweite Schritt aber blieb Einstein vorbehalten. Er erkannte nämlich, dass die Poincaré-Invarianz einer Gleichung auch bedeutet, dass bezüglich der intrinsischen Maßstäbe das Relativitätsprinzip gilt und damit kein Inertialsystem mehr ausgezeichnet ist.

Statt die Lorentz-Invarianz der Gleichungen als Eigenschaft der Lösungsmenge anzusehen, was beispielsweise auch für die diskretisierte Pendelkette einfach zu interpretieren war, können wir die Lorentz-Invarianz auch als eine Freiheit der Koordinatenwahl auffassen. Wenn wir nämlich die Raum- und Zeitkoordinaten einer Lorentz-Transformation unterwerfen, für eine Raumdimension somit die Ersetzung

$$x \rightarrow x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{und} \quad t \rightarrow t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \left( \beta = \frac{v}{c} \right) \quad (10)$$

vornehmen, dann bleiben die Feldgleichungen unverändert. Ordnen wir nun die Koordinaten  $(x,t)$  bzw.  $(x',t')$  jeweils Beobachtern zu, deren Weltlinie durch  $x = 0$  bzw.  $x' = 0$  und deren „gleichzeitige Ereignisse“ durch die Bedingungen  $t = \text{const.}$  bzw.  $t' = \text{const.}$  definiert sind, dann bedeutet die Invarianz der Feldgleichungen, dass beide Beobachter dieselbe Physik sehen, d.h., es gilt das

Relativitätsprinzip.

Die Lorentz-Invarianz der Bewegungsgleichungen können wir offensichtlich physikalisch auf zwei vollkommen unterschiedliche Weisen interpretieren. Einmal als Eigenschaft der Lösungsmenge, die es uns erlaubt, aus bestimmten Lösungen andere zu gewinnen. Diese Interpretation bezieht alles auf einen festen Satz von Koordinaten  $(x,t)$  (vgl. (3)), der als das Koordinatensystem eines ausgezeichneten Ruhesystems interpretiert werden kann. Bezüglich dieser Koordinaten beobachten wir die Lorentz-Kontraktion und die Zeitdilatation.

Die andere Interpretation impliziert das Relativitätsprinzip. Wenn sich zwei Beobachter relativ zueinander mit einer konstanten Geschwindigkeit  $v$  bewegen, können sie unterschiedliche Koordinatensysteme verwenden, in denen sie sich jeweils im Ursprung (und damit in Ruhe) befinden. Jeder verwendet zur Angabe von räumlichen und zeitlichen Distanzen Werte, die mit Instrumenten in seinem System gemessen wurden. Die von den beiden Beobachtern verwendeten Koordinaten hängen über die Gleichungen (10) miteinander zusammen. In diesem Fall erfahren beide Beobachter dieselbe Physik. In dieser Interpretation gibt es kein ausgezeichnetes Ruhesystem – der Äther ist verschwunden. Der Preis ist eine neue Vorstellung von Gleichzeitigkeit. Dieser letzte Schritt zeichnete Einstein vor Lorentz und Poincaré aus.

### 3 Die Synchronisation von Uhren

Ein ungewohnter (und in manchen Kreisen immer noch umstrittener) Aspekt der speziellen Relativitätstheorie ist ihr Konzept von Gleichzeitigkeit. Dabei wird oft vergessen, dass es sich bei der Behauptung, zwei Ereignisse seien gleichzeitig, nicht um eine „faktische“ Aussagen handelt, sondern eher um eine Konvention.<sup>1</sup> Ob zwei Ereignisse für ein gegebenes Inertialsystem gleichzeitig stattfinden oder nicht, können wir experimentell nur entscheiden, wenn wir eine Vorschrift angeben, was wir unter „gleichzeitig“ verstehen wollen. Diese Vorschrift wird letztendlich darin bestehen, dass wir zwei Ereignisse als gleichzeitig ansehen, wenn die Uhren am jeweiligen Ort dieser Ereignisse dieselbe Zeit anzeigen, womit wir das Problem auf die Synchronisation von Uhren an verschiedenen Orten (aber im selben Inertialsystem) reduzieren haben. Die einzige Einschränkung ist, dass zwei gleichzeitige Ereignisse  $A$  und  $B$  *nicht* in einer kausalen Abhängigkeit stehen sollten. Grundsätzlich können wir eine beliebige raumartige Hyperfläche als gleichzeitig *definieren*.

Die folgenden Überlegungen gelten für den flachen Minkowski-Raum. Wir konzentrieren uns ausschließlich auf den Aspekt der Synchronisation von Uhren für ein gegebenes Inertialsystem. Eine ausführlichere Darstellung dieser Problematik findet man bei Mittelstaedt [2] sowie in den beiden Abhandlungen *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre* [3] und *Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre* [4] von Hans Reichenbach (Hans Friedrich Herbert Günther Reichenbach, *geb. 26.9.1891 in Hamburg; gest. 9.4.1953 in Los Angeles*).

#### 3.1 Synchronisation durch Lichtsignale

Zunächst ist es recht hilfreich, sich bei der operationalen Definition von Gleichzeitigkeit auf ein allgemeines Verfahren zu beschränken, das allerdings noch keine Einschränkung an die Möglichkeiten darstellt. Wir wollen Uhren durch Austausch von Lichtsignalen synchronisieren. Beobachter  $A$  sendet zum Zeitpunkt  $t_1$  ein Lichtsignal aus. Dieses wird von Beobachter  $B$  reflektiert und erreicht Beobachter  $A$  zum Zeitpunkt  $t_2$ . Bezeichnen wir den Zeitpunkt des Ereignisses der Reflektion des Lichtstrahls bei Beobachter  $B$  mit  $t$ , so möchte Beobachter  $A$  nun definieren, welches Ereignis auf seiner Weltlinie

---

<sup>1</sup>Versteht man unter „faktisch“, dass sich alle Beobachter unabhängig von ihrem Bezugssystem in einer Aussage einig sind, so ist die Gleichzeitigkeit in der Newton’schen Physik faktisch, in der Relativitätstheorie jedoch nicht.

zu dem Moment der Reflektion des Lichtstrahls bei Beobachter  $B$  gleichzeitig war, d.h. dem Zeitpunkt  $t$  entspricht. Die einzige Einschränkung liefert dabei die Forderung der Kausalität:  $t_1 < t < t_2$ . Beobachter  $A$  definiert nun:

$$t = t_1 + \epsilon(A,B)(t_2 - t_1)$$

mit

$$0 < \epsilon(A,B) < 1 .$$

(Der Einfachheit halber soll das Synchronisierungsverfahren nicht von der Zeit abhängen, d.h.  $\epsilon(A,B)$  hängt nicht zusätzlich noch von  $t$  bzw.  $t_1$  ab.)

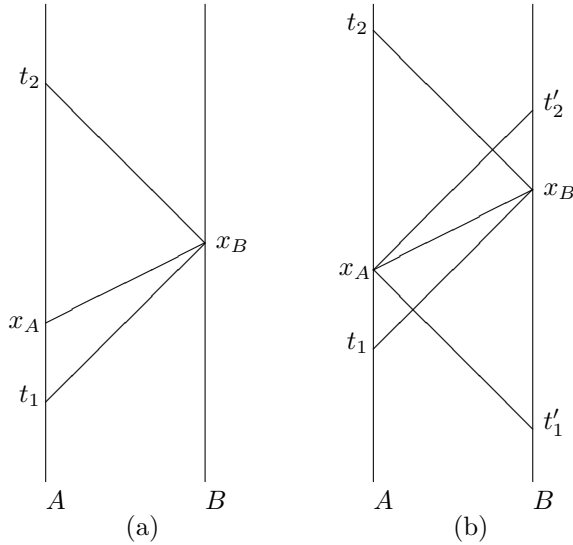


Abbildung 5: Synchronisation von Uhren durch Lichtstrahlen. Die senkrechten Linien entsprechen den Weltlinien der Beobachter  $A$  und  $B$ , die zueinander einen konstanten Abstand halten. (a) Zum Zeitpunkt  $t_1$  sendet  $A$  ein Lichtsignal aus, das von  $B$  im Ereignis  $x_B$  reflektiert wird und bei  $t_2$  wieder Beobachter  $A$  erreicht. Durch Vorgabe von  $\epsilon_A$  konstruiert  $A$  das Ereignis  $x_A$ , das zu  $x_B$  gleichzeitig ist. (b) Soll die Gleichzeitigkeit der Ereignisse  $x_A$  und  $x_B$  auch für Beobachter  $B$  gelten, so muss er sein Verfahren zur Bestimmung der Gleichzeitigkeit (ausgedrückt durch  $\epsilon_B$ ) so wählen, dass  $\epsilon_B = 1 - \epsilon_A$ .

Zunächst kann man sich leicht überzeugen, dass durch geeignete Wahl von  $\epsilon$  tatsächlich je zwei raumartige Ereignisse  $x_A$  und  $x_B$  auf der Weltlinie von  $A$  und  $B$  als gleichzeitig definiert werden können (vgl. Abb. 5). Dieses Verfahren bildet daher keine Einschränkung der Allgemeinheit. Damit die Hyperfläche der zu  $x_A$  gleichzeitigen Ereignisse eine raumartige Hyperfläche ist, müssen die Richtungsableitungen der Funktion  $\epsilon(A,B)$  (aufgefasst als eine Funktion von  $B$ ) noch durch eine Konstante (bei unserer Definition der Lichtgeschwindigkeit ist diese Konstante 1) beschränkt sein. Durch geeignete Forderungen an die Funktion  $\epsilon$  erhält man verschiedene Synchronisationsverfahren.

### 3.2 Die Einstein-Synchronisation

Eine sehr allgemeine Forderung an die Gleichzeitigkeit von Ereignissen ist die Symmetrieforderung: Wenn für einen Beobachter  $A$  das Ereignis  $x_B$  auf der Weltlinie eines Beobachters  $B$  gleichzeitig zu dem Ereignis  $x_A$  auf seiner Weltlinie ist, dann soll umgekehrt auch für den Beobachter  $B$  das Ereignis  $x_A$  gleichzeitig zu  $x_B$  sein. Anhand der Abbildung 5(b) kann man sich leicht überzeugen, dass diese Forderung gleichbedeutend mit der Bedingung

$$\epsilon(A,B) = 1 - \epsilon(B,A)$$

ist.

Eine weitere allgemeine Forderung ergibt sich aus der Homogenität des Raumes. Wir verlangen, dass sich die Funktion  $\epsilon(A,B)$  nicht ändert, wenn wir die beiden Beobachter  $A$  und  $B$  um denselben (räumlichen) Vektor verschieben. Symbolisch ausgedrückt:

$$\epsilon(A + \vec{a}, B + \vec{a}) = \epsilon(A, B) .$$



Dies bedeutet, dass  $\epsilon(A,B)$  nur noch von der räumlichen Richtung abhängen kann, unter der der Beobachter  $B$  von  $A$  aus gesehen wird. Innerhalb einer Halbebene, die die Weltlinie von  $A$  als Rand hat, ist  $\epsilon$  konstant. Auch diese Forderung verlangen wir allgemein.

Nun kommen wir zu einer speziellen Forderung, die sich aus der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ergibt. Da die Lichtgeschwindigkeit für jeden Beobachter und für jede Richtung dieselbe sein soll, können wir zusätzlich noch Isotropie unserer Gleichzeitigkeitsdefinition verlangen.  $\epsilon$  soll also auch nicht mehr von der räumlichen Richtung abhängen, unter der  $B$  von  $A$  aus gesehen wird. In diesem Fall gilt

$$\epsilon(A,B) = \text{const} .$$

Zusammen mit der ersten Forderung der Symmetrie folgt sofort:

$$\epsilon = \frac{1}{2} .$$

Die aus diesem Wert für  $\epsilon$  folgende Synchronisation von Uhren bezeichnet man als Einstein-Synchronisation.

Das zweite Axiom der speziellen Relativitätstheorie - die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit - führt uns somit schon zur Festlegung der Gleichzeitigkeitsvorschrift. Das erste Axiom - das Relativitätsprinzip - geht indirekt in diese Festlegung ein, da wir die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit und somit die Isotropie der Synchronisationsvorschrift für jedes Inertialsystem verlangt haben.

### 3.3 Synchronisation mit der Ätherhypothese

Wir haben aus der Lorentz-Invarianz der universellen Bewegungsgleichungen geschlossen, dass die spezielle Relativitätstheorie in der Formulierung von Einstein äquivalent zur Lorentz-Theorie ist, d.h. zu einer Theorie mit Ätherhypothese und Lorentz-Kontraktion der Längenskalen. Es sollte daher nicht überraschen, wenn es eine Synchronisationsvorschrift gibt, die auf die Lorentz-Theorie führt.

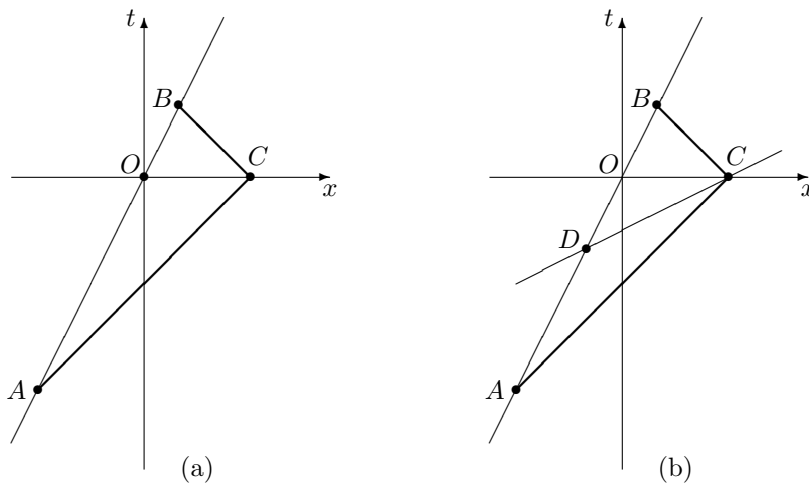


Abbildung 6: Äther- und Einstein-Synchronisation. In Teil (a) rekonstruiert der Beobachter auf der Weltlinie  $AB$  das Ereignis  $O$  als gleichzeitig zum Ereignis  $C$ . Seine Synchronisationsvorschrift hängt von der Geschwindigkeit  $v$  relativ zu dem ausgezeichneten Ruhesystem ab. Dabei gilt für das Verhältnis  $(AO)/(AB) = (1 + v)/2$ . In Abbildung (b) wird nach der Einstein-Synchronisation aus denselben Lichtsignalen das Ereignis  $D$  als zu  $C$  gleichzeitig rekonstruiert.

Auch mit Ätherhypothese verlangen wir von der Gleichzeitigkeit von Ereignissen Symmetrie und Homogenität des Raumes. Was wir jedoch nicht mehr verlangen können, ist die allgemein gültige Isotropie der Synchronisationsvorschrift. Für ein System, das sich relativ zum Äther mit einer Geschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegt, wird die Synchronisationsvorschrift von der Richtung relativ zu  $\vec{v}$  abhängen. Allgemein wird also nun gelten:

$$\epsilon(A,B) = \epsilon(\vec{v}; A,B) .$$

Lediglich für das ausgezeichnete Inertialsystem, das dem Ruhesystem des Äthers entspricht, ist die Lichtgeschwindigkeit in alle Richtungen dieselbe und somit das Synchronisationsverfahren symmetrisch:

$$\epsilon(\vec{v} = 0; A,B) = \frac{1}{2} .$$

Bewegt sich das Inertialsystem der Beobachter  $A$  und  $B$  relativ zum Äther mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$ , so gilt (vgl. Abb. 6)

$$\epsilon(\vec{v}; A,B) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{|\vec{v}|}{c} \cos \alpha \right) ,$$

wobei  $\alpha$  der Relativwinkel zwischen der Richtung von  $\vec{v}$  und der Halbebene ist, die durch die Weltlinie von  $A$  begrenzt wird und die Weltlinie von  $B$  enthält.

Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass Gleichzeitigkeit nun ein absoluter Begriff wird. Sind zwei Ereignisse  $x_A$  und  $x_B$  für einen Beobachter  $A$  gleichzeitig, so sind sie es auch für alle anderen Beobachter, unabhängig von deren Bewegungszustand.

Der Nachteil dieses Verfahrens ist jedoch, dass wir das Ruhesystem des Äthers nicht kennen. Wir müssen also willkürlich ein System auszeichnen, das wir als Ruhesystem definieren, beispielsweise das System des Schwerpunkts der in unserem Universum beobachtbaren Massen oder das Ruhesystem relativ zur Hintergrundstrahlung. (Es ist nicht selbstverständlich, dass diese beiden Systeme identisch sind.) Wegen der Geschwindigkeitsabhängigkeit des Synchronisationsverfahrens gilt das Relativitätsprinzip nicht mehr. Die Lichtgeschwindigkeit ist nur im Ruhesystem des Äthers richtungsunabhängig konstant.

Das Relativitätsprinzip gilt jedoch in einer anderen Form: Wir können jedes beliebige Inertialsystem als Ruhesystem definieren und die Synchronisation der Uhren auf dieses System beziehen. Die physikalischen Gesetze bleiben dieselben. Hier liegt der physikalisch unbefriedigende Aspekt dieses Synchronisierungsverfahrens. Wir brechen die Symmetrie, die sich im Relativitätsprinzip ausdrückt, *per Hand*, indem wir ein Inertialsystem auszeichnen. Umgekehrt trägt die Einstein-Synchronisation dem Relativitätsprinzip Rechnung. Kein Inertialsystem wird durch dieses Verfahren ausgezeichnet. Der Preis ist allerdings die Relativität der Gleichzeitigkeit.

Unter bestimmten Umständen ist es jedoch sinnvoll, eine Synchronisation zu wählen, die der Lorentz'schen Sichtweise näher ist als der Einstein'schen. Beispielsweise könnte man die Lorentz'sche Sichtweise so interpretieren, dass irgendwo in der Mitte unseres Universums eine riesige Uhr steht, und das, was diese Uhr anzeigt, ist die „wahre“ Zeit. Alle anderen Systeme müssen ihre Zeit auf diese wahre Zeit umrechnen. Dieses Verfahren wird in abgewandelter Form beispielsweise bei der Zeitsynchronisation des GPS-Satellitensystems verwendet. Die „riesige Uhr“ steht in der GPS-Zentrale in Colorado. Die Uhren der Satelliten sind so geschaltet, dass ihre Zeit gleich der „Masterzeit“ ist. Insbesondere ist ihr Gang im Vergleich zu einer „richtigen“ Uhr etwas gedrosselt, um den Einfluss der schwächeren Gravitation sowie der Bewegung auszugleichen.

Die Einstein-Synchronisation wie auch die „Äthersynchronisation“ sind Spezialfälle einer Klasse von Synchronisationsvorschriften, bei denen die Konstanz der sogenannten „Zwei-Wege-Lichtgeschwindigkeit“ gefordert wird. Dabei handelt es sich um die Geschwindigkeit  $c$ , die man einem Lichtstrahl zuordnet, der eine Strecke in beide Richtungen - vor und zurück - durchläuft. Ist  $c^+$  die

Geschwindigkeit für eine Richtung und  $c^-$  die Geschwindigkeit für die Rückrichtung, so ist

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{c^+} + \frac{1}{c^-} \right).$$

Während jedoch zur Messung von  $c^+$  bzw.  $c^-$  die Uhren an verschiedenen Raumpunkten synchronisiert sein müssen, kann man  $c$  an einem Punkt auswerten, d.h.  $c$  hängt nicht von der Synchronisationsvorschrift ab. Im Michelson-Morley-Versuch beispielsweise wird die Lichtgeschwindigkeit ja gar nicht für verschiedenen Raumrichtungen verglichen, sondern nur die Zwei-Wege-Lichtgeschwindigkeit. Nur von dieser wird gezeigt, dass sie isotrop ist. Die Einstein'sche Forderung der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit geht also über das Ergebnis des Michelson-Morley-Versuchs hinaus.

### 3.4 Synchronisation durch langsamen Uhrentransport

Abschließend soll noch gezeigt werden, dass die Synchronisation durch langsamen Uhrentransport zu demselben Ergebnis wie die Einstein-Synchronisation führt. Das bedeutet Folgendes: Synchronisiert man zwei Uhren am selben Ort und bringt dann die eine der beiden Uhren langsam zu einem anderen Ort, ist die so erreichte Synchronisation eine Einstein-Synchronisation.

Zunächst sollten wir etwas genauer definieren, was „Synchronisation durch langsamen Uhrentransport“ bedeutet. Wir stellen uns dazu zwei Beobachter vor, die einen konstanten Abstand  $L$  halten und sich im selben Inertialsystem befinden. Zu einem Zeitpunkt  $t_0 = 0$  werden bei Beobachter 1 zwei Uhren synchronisiert. Anschließend wird eine der beiden Uhren mit der Geschwindigkeit  $v$  zu Beobachter 2 gebracht. Sie benötigt dazu für Beobachter 1 die Zeit  $t = L/v$ , das ist also die Zeit, die Beobachter 1 dem Ereignis „Uhr ist bei Beobachter 2“ zuschreiben wird. Die Anzeige auf der Uhr ist allerdings nach der Relativitätstheorie etwas kürzer, nämlich

$$t_1 = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} t. \quad (11)$$

Wir können nicht einfach argumentieren, dass für  $v/c \ll 1$  die rechte Seite gegen  $t$  geht, denn wenn  $v$  sehr klein ist, wird  $t$  sehr groß, und damit würde zwar  $t_1/t$  gegen 1 gehen, aber  $t_1$  und  $t$  könnten sich möglicherweise selbst im Limes  $v \rightarrow 0$  noch um einen konstanten Term unterscheiden. Es gilt aber

$$t_1 = \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} + O((v/c)^4) \right) \frac{L}{v} \approx \frac{L}{v} - \frac{L v}{c^2} + \dots = t - \frac{L v}{c^2} + \dots \quad (12)$$

Da  $L$  und  $c$  Konstanten sind ( $L/c$  ist die Zeit, die das Licht braucht, die Strecke  $L$  zu durchqueren), wird der Korrekturterm für sehr kleine Geschwindigkeiten beliebig klein. Allerdings ist die Korrektur von der Ordnung  $v/c$  und nicht, wie man zunächst nach Gleichung 11 erwarten könnte, von der Ordnung  $(v/c)^2$ .

## Literatur

- [1] G.L. Lamb, Jr.; *Elements of Soliton Theory*; Pure & Applied Mathematics, John Wiley & Sons, 1980.
- [2] Peter Mittelstaedt; *Der Zeitbegriff in der Physik*; BI-Wissenschaftsverlag, 1989.
- [3] Hans Reichenbach; *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre*; Hans Reichenbach - Gesammelte Werke Bd. 2; Vieweg-Verlag, Braunschweig; 1977.
- [4] Hans Reichenbach; *Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre*; in *Die philosophische Bedeutung der Relativitätstheorie*; Hans Reichenbach - Gesammelte Werke Bd. 3; Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1977.